

## Differentiaaliyhtälöt I

Harjoitus 5, syksy 2012

1. Tutki Wronskin determinantin avulla mitkä funktioparit  $y_1$  ja  $y_2$  voivat periaatteessa muodostaa 2.kl. homogeeniyhtälön perusjärjestelmän koko  $\mathbf{R}$ :ssä, kun

(a)  $y_1(x) = x^3$  ja  $y_2(x) = x$ , (b)  $y_1(x) = \sin 2x$  ja  $y_2(x) = \cos 2x$ ,

(c)  $y_1(x) = \sin 2x$  ja  $y_2(x) = \cos x$ .

2. Ratkaise yhtälöt

$$(a) \quad 3y'' + 2y' + y = 0, \quad (b) \quad \ddot{x} - 4\dot{x} + 4x = 0.$$

3. Ratkaise yhtälö

$$\ddot{x} + 9x = 4t - 2 + e^{-3t}$$

käyttäen sopivaa suoraa yritettä (määräämättömien kertoimien menetelmä).

4. Ratkaise yhtälö

$$\ddot{x} - 9x = e^{-3t}$$

variointikeinolla. Näin jälkikäteen, mikä olisi sopiva suoran yrittteen muoto?

5. Tutkitaan välillä  $]0, \infty[$  homogeeniyhtälöä

$$4x^2y'' + 4xy' - y = 0.$$

(a) Etsi sopivalla yritteellä siinä perusjärjestelmä.

(b) Ratkaise yhtälö siinä sopivalla vapaan muuttujan  $x$  sijoituksella.

6. Homogeeniyhtälöllä

$$(x - 2)y'' - (4x - 7)y' + (4x - 6)y = 0$$

on  $\mathbf{R}$ :ssä ratkaisu  $e^{2x}$ . Etsi kertaluvun pudotuksella (variointikeinolla) toinen riippumaton ratkaisu ja anna yhtälön yleinen ratkaisu  $\mathbf{R}$ :ssä. Antaako tämä kirjaimellisesti kaikki ratkaisut?