

## MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

### Analyysi I

#### Tehtävät viikolle 39

Tällä kertaa tulee tehdä ”suoraan” lukujonon raja-arvon määritelmään nojautuen vetoamatta lukujojoja koskeviin lauseisiin, ellei tehtävässä sanota toisin.

#### Alkuviikon tehtävät

O.1 Päteekö

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n+1} = \frac{1}{2}?$$

O2. Päteekö

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n+1} = \frac{3}{2}?$$

K1. Päteekö

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{2n-3} = \frac{3}{2}?$$

K2. Päteekö

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{2n-3} = \frac{2}{3}?$$

K3. Onko olemassa

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{2 + \frac{3}{4n}}?$$

Tehtävässä ei saa vedota neliöjuurifunktion jatkuvuuteen tms. Koulussa käytetystä neliöjuurten erotuksen lavennustempusta on hyötyä.

#### Loppuviikon tehtävät

O3. Onko olemassa

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})?$$

O4. (a) Etsi monisteesta lause, jonka perusteella jono  $0, 1, 0, 1, \dots$  hajaantuu.

(b) Todista edellisessä tehtävässä mainittu lause. Saat käyttää monistetta vapaasti.

K4. Päteekö

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + 2}{2n^2 - 3n} = 0?$$

K5. Päteekö

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + 2}{2n^2 - 3n} = 1?$$

K6. Oletetaan, että lukujono  $(x_n)$  suppenee. Oletetaan, että kaikilla  $n$  on

$$y_n = (-1)^n x_n.$$

Osoita, että jono  $(y_n)$  suppenee, jos tiedetään, että  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ . Entä jos luovutaan tästä oletuksesta?