

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys I

2. kursprovet 13.12.2012

Uppgifterna har ordnats enligt ämnesområdet.

1. Bestäm

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 1}{6x + 1}.$$

Kom ihåg att noggrant motivera beräkningarna på basen av kursens fakta.

2. Vi definierar $f(0) = 0$ och

$$f(x) = x^3 \sin\left(\frac{1}{x^3}\right)$$

då $x \neq 0$. Visa att funktionen f är deriverbar i punkten $x = 0$.

3. Anta att funktionen f är kontinuerlig i intervallet $]1, 2[$. Anta dessutom att

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3 \text{ samt att } \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \infty.$$

Visa att det finns $a \in]1, 2[$ för vilken gäller att $f(a) = 7$.

4. Vi definierar $\sinh(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$. Visa att för alla $x \geq 0$ gäller att

$$\sinh(x) - \sin(x) \geq 0.$$