

Äärimmäisten ilmiöiden teoriaa, laskuharjoitus 3, 17.10.2012

Tehtävissä 1-3 on selvitettävä, kuuluuko annettu kertymäfunktio F tyyppin I, II tai III vaikutuspiiriin maksimin suhteen. Myönteisessä tapauksessa on etsittävä myös (yksinkertaiset) skaalausjonot (a_n) ja (b_n) .

1. $F(x) = e^x$, kun $x < 0$, $F(x) = 1$, kun $x \geq 0$.

2. Cauchyn jakauma:

$$F'(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

3. Log-normaali-jakauma:

$$F(x) = \mathbb{P}(e^\xi \leq x),$$

missä ξ on $N(0,1)$ -jakautunut. Tehtävässä oletetaan tunnetuksi, että ξ kuuluu Gumbelin jakauman vaikutuspiiriin maksimin suhteen skaalausjonoilla

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{2 \log n}}, \quad b_n = \sqrt{2 \log n} - \frac{\log \log n + \log(4\pi)}{2\sqrt{2 \log n}}, \quad n = 1, 2, \dots$$

4. Olkoon X geometrisesti jakautunut,

$$\mathbb{P}(X = k) = (1 - c)c^k, \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

missä $c \in (0, 1)$ on vakio. Osoita, että X ei kuulu Gumbelin jakauman vaikutuspiiriin maksimin suhteen.

5. (jatkoa) Osoita, että X ei kuulu minkään jakauman vaikutuspiiriin maksimin suhteen.