Topologia III
Harj. 11 (1.12.2011)

1. Tarkastellaan $\mathbb{R}$:n avointa peitettä $\mathcal{U} = \{]-n, n[\mid n \in \mathbb{N} \}$. Konstruoi peitteelle $\mathcal{U}$ alistettu ykkösen ositus.

2. Täydennä yksityiskohdat Esimerkissä 5.9. (funktiot θ, λ_i' ja λ_i)

3. Osoita, että on olemassa $\mathbb{R}^k$-kimppu $\delta \downarrow G_n(\mathbb{R}^{n+k})$ s.e. $\gamma \oplus \delta \cong \varepsilon^{n+k}$ $(\gamma = \gamma^n(\mathbb{R}^{n+k}))$.
(Tätä käytettiin Lauseen 5.12 todistuksessa)

4. Osoita Lauseen 5.12 todistuksen "(1) ⇒ (3)" yksityiskohta
$$f^*\gamma^n \oplus f^*\delta \cong f^*(\gamma^n \oplus \delta).$$

5. Pidetään tunnettuna seuraava tulos, jonka yleistyksen todistamme myöhemmin:
Jos X on normaali top. avaruus ja $(U_i)_{i=1,\dots,n}$ on X:n avoin peite, niin on olemassa X:n avoin peite $(V_i)_{i=1,\dots,n}$ s.e. $\overline{V}_i \subset U_i$ $\forall i$.
Osoita tämän ja Urysonin lemman ([Väisälä, s.140]) avulla:
Jos X on normaali ja $\mathcal{U}$ on X:n äärellinen avoin peite, niin on olemassa peitteelle $\mathcal{U}$ alistettu ykkösen ositus.

6. Todista Seuraus 5.13.
(Vihje: Tehtävä 5)