

**Sallitut apuvälineet: kirjoitusvälineet, laskin sekä itse laadittu, A4-kokoinen lunttilappu. Taulukkokirjaa ei saa käyttää.**

1. Olkoot  $A$  ja  $B$  kaksi riippumatonta tapahtumaa siten, että  $P(A) = 0.75$  ja  $P(B) = 0.6$ .
  - a) Millä todennäköisyydellä ainakin toinen tapahtumista  $A$  tai  $B$  sattuu?
  - b) Millä todennäköisyydellä  $B$  on sattunut, kun tiedetään, että ainakin toinen tapahtumista  $A$  tai  $B$  on sattunut.
2. Olkoon satunnaismuuttujalla  $U$  välin  $(0, 1)$  tasajakauma, ja määritellään  $X = -\ln(U)$ . Johda lauseke  $X$ :n kertymäfunktion arvolle  $F(x)$  kaikilla  $x \in \mathbb{R}$ . Johda  $X$ :n tiheysfunktio, ja ilmoita selvästi, missä joukossa tiheysfunktio on nolla. Tunnista  $X$ :n jakauma, ja kerro mikä on  $X$ :n odotusarvo.
3. Olkoot ellipsin puoliakselien pituudet  $X$  ja  $Y$ , jolloin sen pinta-ala on  $Z = \pi XY$ . Olkoot  $X$  ja  $Y$  riippumattomia satunnaismuuttujia siten, että  $X$ :llä on eksponenttijakauma odotusarvolla 2 ja  $Y$ :llä on välin  $(0, 2)$  tasajakauma.

Laske  $EZ$  sekä satunnaismuuttujien  $X$  ja  $Z$  kovarianssi,  $\text{cov}(X, Z)$ .
4.  $\text{Poi}(\theta)$  tarkoittaa Poissonin jakaumaa odotusarvolla  $\theta > 0$ .
  - a) Johda  $X$ :n momenttiemäfunktio, kun  $X \sim \text{Poi}(\theta)$ .
  - b) Olkoot  $X_1 \sim \text{Poi}(\theta_1)$  ja  $X_2 \sim \text{Poi}(\theta_2)$  riippumattomia satunnaismuuttujia. Perustele, miksi niiden summalla  $X_1 + X_2$  on myös Poissonin jakauma.