Riskiteorian laskuharjoitus 11, 7.12.2011

Huom. Viimeiset harjoitukset ovat ke 14.12. (normaalisti) ja poikkeuksellisesti maanantaina 19.12. klo 16, sali B120.

1. Oletetaan, että vahinkoja sattuu painotetun Poisson-prosessin mukaisesti parametrina (λ, Q) ja että struktuurimuuttujan jakauma keskittyy äärelliseen pistejoukkoon. Vahinkojen raportoitumisviiveet ovat toisistaan ja lukumääräprosessista riippumattomia. Oletetaan, että korvaussumma on vakio 1 ja että se maksetaan aina kokonaisuudessaan heti, kun vahinko raportoituu yhtiöön. Olkoon raportoitumisviiveiden yhteinen kertymäfunktio G ja $H = \int_0^1 G(1-s)ds$.

Oletetaan, että yhtiö toimii vain yhden vuoden. Olkoon U tuntemattomien ja V tunnettujen vahinkojen lukumäärä toimintavuoden lopussa. Osoita, että jos $\mathbb{P}(Q = q_0) > 0$ ja k on ei-negatiivinen kokonaisluku, niin

$$\mathbb{P}(Q = q_0 | V = k) = \frac{\mathbb{P}(Q = q_0)\, e^{-\lambda H q_0} \frac{(\lambda H q_0)^k}{k!}}{\sum_q \mathbb{P}(Q = q)\, e^{-\lambda H q} \frac{(\lambda H q)^k}{k!}},$$

missä nimittäjässä summaus ulotetaan yli kaikkien Q:n mahdollisten arvojen.

2. (jatkoa) Olkoon h ei-negatiivinen kokonaisluku. Osoita, että

$$\mathbb{P}(U = h | V = k) = \sum_q \mathbb{P}(Q = q | V = k) e^{-\lambda(1-H)q} \frac{(\lambda(1-H)q)^h}{h!}.$$

3. (jatkoa) Osoita, että

$$\mathbb{E}(U | V = k) = \lambda(1 - H)\, \mathbb{E}(Q | V = k).$$

4. (jatkoa) Oletetaan erityisesti, että $\mathbb{P}(Q = 1 - a) = \mathbb{P}(Q = 1 + a) = 0.5$ ja että raportoitumisviiveet ovat eksponentiaalisesti jakautuneita parametrilla μ. Määrää ehdollinen odotusarvo $\mathbb{E}(U | V = k)$, kun $\lambda = 100, \mu = 1$, $a = 0.1$ ja $k = 50$ (eli hetkellä 1 on havaittu 50 raportoitunutta vahinkoa).

5. (jatkoa) Määrää tehtävän 4 mallissa tuntemattomien vahinkojen credibility-ennuste.