Riskiteorian laskuharjoitus 8, 16.11.2011

1. Olkoon X yhdistetty Poisson-muuttuja. Olkoon Poisson-parametri $\lambda = 2$ ja yksittäisen vahingon suuruudella eksponenttijakuma parametrilla 2 (tiheysfunktio $2e^{-2z}$ alueessa $z > 0$). Estimoi todennäköisyyttä $\mathbb{P}(X \geq 4)$ suoran simuloinnin avulla käyttäen alla olevaa satunnaislukutaulukkoa. Suorita 5 toistoa ja arvioi saavutettu tarkkuus otoksesta.

2. Suorita edellisen tehtävän estimointi kohdennetun simuloinnin avulla käyttämällä simulointijakaumana X:n konjugaattijakaumaa parametrilla 1. Suorita 5 toistoa ja arvioi saavutettu tarkkuus otoksesta.

3. Oletetaan, että kokonaisvahinkomäärä on yhdistetty muuttuja siten, että yksittäisen vahingon Z suuruusjakauma on $\mathbb{P}(Z = 2) = 4/5$, $\mathbb{P}(Z = 20) = 1/5$ ja että vahinkojen lukumäärän odotusarvo on 100. Oletetaan, että yhtiöllä on koko vakuutuskantaa koskeva XL-jälleenvakuutus omavastuurajana M. Määrää jälleenvakuuttajan riskimaksu, kun a) $M = 2$, b) $M = 5$.

4. Olkoon yhtiön kokonaisvahinkomäärä yhdistetty muuttuja. Olkoon vahinkojen lukumäärän momentit generoiva funktio M. Yhtiö on suojautunut koko vakuutuskantaa koskevalla XL-jälleenvakuutuksella omavastuurajana A. Olkoon $p = \mathbb{P}(Z > A)$, missä Z edustaa yksittäisen vahingon suuruutta. Oletetaan, että $p \in (0, 1)$. Olkoon $\overline{K}$ jälleenvakuuttajan nollaa suurempien vahinkojen lukumäärä. Osoita, että $\overline{K}$:n momentit generoiva funktio $\overline{M}$ määräytyy ehdosta

$$\overline{M}(s) = M\left(\log(1 - p + pe^s)\right), \quad s \in \mathbb{R}.$$

5. Olkoon yhtiön vuotuinen kokonaisvahinkomäärä X yhdistettyä Poisson-jakaumaa noudattava satunnaismuuttuja, vuotuinen vakuutusmaksu $P = 1.1\mathbb{E}(X)$ ja alkupääoma U_0. Olkoon Poisson-parametri λ ja yksittäisen vahingon suuruus eksponenttijakautunut parametrina μ. Yhtiön sallitaan jatkaa toimintaansa, jos vararikkotodennäköisyys vuoden aikajänteellä on korkeintaan 0.01. Osoita, että yhtiö ei täytä mainittua vakavaraisuusvaatimusta.

Yhtiö muuttaa vakuutusopimuksensa siten, että vakuutetuille tulee M euron omavastuu. Toisin sanoen yhtiö korvaa vain rajan M ylittävän osan kustakin vahingosta. Olkoon X_M näin syntyvä kokonaisvahinkomäärä ja vakuutusmaksu $P_M = 1.1\mathbb{E}(X_M)$. Osoita, että yhtiö täyttää muutoksen jälkeen mainitun vakavaraisuusvaatimuksen.

Parametreilla on arvot $U_0 = 20$, $\lambda = 200$, $\mu = 1$ ja $M = 2$. Tehtävässä voidaan soveltaa normaaliapproksimaatiota kokonaisvahinkomäärien jakaumiin. ($\phi(0.99) = 2.33$).

T(0,1)-jakautuneita satunnaislukuja:

0.9680, 0.2039, 0.9792, 0,8254, 0.7073, 0,9637, 0.4390, 0.6347, 0.2725, 0.5861, 0.2514, 0.7690, 0.8662, 0.2798, 0.7513, 0.5964, 0.6869, 0.8373, 0.2905, 0.8586, 0.0470, 0.5194, 0.6711, 0.6868, 0.0920, 0.6789, 0.8801, 0.0077, 0.5890, 0.0221, 0.9103, 0.5269, 0.4175, 0.2231, 0.9228, 0.1902, 0.3282, 0.2470, 0.0727, 0.7665, 0.7622, 0.6326, 0.9826, 0.6316, 0.4777, 0.2625, 0.7564, 0.7227, 0.8847, 0.2378, 0.0475, 0.9910, 0.2534, 0.2727, 0.2749, 0.7361, 0.3653, 0.6515, 0.4364, 0.3593, 0.0244, 0.5361, 0.0781, 0.8996, 0.1685, 0.8327, 0.5285, 0.1602, 0.9115, 0.2902, 0.2432, 0.1601