

Matemaattinen logiikka

1. Välikoe

21.10.11

1. Olkoon A propositiologiikan lause ja merkitään A :ssa esiintyvien implikaatiomerkkien lukumäärää symbolilla $N_{A^{\rightarrow}}$ ja sulkumerkkien lukumäärää symbolilla $N_A^{()}$. Näytä, että $N_A^{()} = 2N_{A^{\rightarrow}}$.

2. Näytä, että $\exists v_0 \forall v_1 \phi \rightarrow \forall v_1 \exists v_0 \phi$ on validi. (Perustele tarkasti Tarskin totuusmääritelmästä lähtien.)

3. Näytä (käyttämättä täydellisyyslausetta), että
 $\vdash \neg \forall v_0 \phi \rightarrow \exists v_0 \neg \phi$.

4. Olkoon $L = \{R, c\}$, $M = \{x \in \mathbf{R} \mid 0 \leq x \leq 2\}$, $R^M = \{(x, y) \in M^2 \mid y - x = 1\}$ ja $c^M = 0$. Onko joukko

- (a) $\{1\}$,
- (b) $\{1/3\}$

määriteltävä struktuurissa (M, R^M, c^M) ?