

Matemaattinen Logiikka

Harjoitus 2

1. Näytä, että $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$. Tehtävässä voi pitää tunnettuna, että kaikilla lauseilla C, D ja E , $\vdash (C \rightarrow D) \rightarrow ((D \rightarrow E) \rightarrow (C \rightarrow E))$.

2. Näytä, että $\vdash A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg(A \rightarrow B))$.

3. Näytä, että $\vdash ((A \rightarrow \neg A) \rightarrow \neg A)$.

4. (i) Näytä, että $\{(p_0 \rightarrow p_1)\} \not\vdash (p_0 \vee p_1)$.

(ii) Näytä, että jos $\{(A \rightarrow B)\} \vdash (B \rightarrow A)$, niin $\vdash (B \rightarrow A)$ (täydellisyyslausetta saa käyttää).

5. Olkoon $X \subseteq \mathbb{N}$ ja $S = \{p_i \mid i \in X\} \cup \{\neg p_i \mid i \in \mathbb{N} - X\}$. Näytä, käyttämättä täydellisyyslausetta, että S on täydellinen. Lausetta 2.11 saa käyttää.

6. Määritellään kvasilauseet seuraavasti:

(i) propositiosymbolit ovat kvasilauseita,

(ii) jos A on kvasilause, niin $\neg A$ on kvasilause,

(ii) jos A ja B ovat kvasilauseita, niin $A \rightarrow B$ on kvasilause.

Kaikilla totuusjakaumilla v , määritellään kvasilauseille totuusarvo $v(A)$ seuraavasti:

(a) $v(p_n) = v(n)$,

(b) $v(\neg A) = 1 - v(A)$,

(c) $v(A \rightarrow B) = 1 - v(A)(1 - v(B))$.

Mitä vikaa löydät totuusarvon määritelmästä?