Linjär algebra och matrisräkning II
Institutionen för matematik och statistik
Hösten 2011
Övning 5, MATLAB-uppgifterna 18-19

De algoritmer som är behändiga för att evaluera determinanter av 2×2 och 3×3 (tex. utveckling i kofaktorer) blir snabbt beräkningsmässigt dyra då matrisens dimension växer. Denna algoritm kräver $n!$ flyttalsoperationer, där n är antalet rader i matrisen. För att till exempel räkna determinanten till en 29×29-matris skulle det ta Ukko-klustern på institutionen för datavetenskap[1] över tre gånger universums ålder[2]. Därför räknar MATLAB inte determinanten genom kofaktorutveckling och klarar räkneoperationerna under en sekund. Den använder en algoritm som är lik Gausseliminering. Gausseliminering är beräkningsmässigt lätt. I uppgiftsdelarna nedan undersöker vi hur funktion `det` är implementerad i MATLAB.

I dina lösningar skall du bara besvara de delar som är skrivna i **fet stil**.

18.

1. Starta MATLAB (se. Linjär algebra och matrisräkning I, övning 4, uppgift 30).
2. Generera en slumpmässig 29×29-matris och evaluera dennas determinant med kommandot:
   `det(randn(29))`
   Uträkningen borde ta kortare tid än universums ålder.

Vi börjar undersöka algoritmen som MATLAB använder för att klara av detta:

3. Spara 6×6-matrisen nedan i variabeln `matrisen`, genom kommandot:
```
matrisen =
[3 2 4 5 1 1;
1 4 3 5 2 3;
3 5 1 3 4 1;
1 4 3 4 2 1;
3 5 1 2 4 1;
1 4 2 1 5 1]
```

[1] tack för utredandet av Ukko-klusterns beräkningsförmåga går till forskare Pekka Mikkola.
[2] 13,7 miljarder år.

4. Sök LUP-faktoriseringen av matrisen och spara den i variablerna `overtriangular`, `undertriangular` och `permutation` med kommandot:
   `[undertriangular,overtriangular,permutation] = lu(matrisen)`

   (LUP-faktorisering: `http://en.wikipedia.org/wiki/LU_decomposition`)

5. Beräkna: `permutation*matrisen - undertriangular*overtriangular`

6. **Vad vet vi nu genom sats 5.22. om determinanten till matrisen `matrisen` ?**
   Tips: använd beräkningen ovan och forma en ekvation där du beräknar värdet av determinanten till `matrisen`.

19.

7. **Vad vet vi genom exempel 5.3.9? Till exempel, vad är determinanten till matrisen `undertriangular` ?**

8. Det gäller, att om en kvadratisk matris A har fåtts av en annan matris B så, att A är som B utom att två rader har bytts plats, så är $\det(A) = -\det(B)$.

   Vad vet vi nu om determinanten till matrisen `permutation`?
   Tips: vad är enligt exempel 5.3.9. enhetsmatrisens determinant?

9. Vektorn som motsvarar diagonalen av matrisen `A` fås i MATLAB genom kommandot: `diag(A)`. Spara i variabeln `diagOvertriangular`, vektorn som motsvarar diagonalen av matrisen `overtriangular`.

10. Produkten av elementen i vektorn `B` får du i MATLAB genom kommandot `prod(B)`. Spara i variabeln `prodDiagOvertriangular`, produkten av elementen i vektorn `diagOvertriangular`.

11. **Beräkna: `det(matrisen)`. Varför är den olik `prodDiagOvertriangular`?**
    Tips: se 8.

Mera om ämnet:
`http://www.mathworks.se/help/techdoc/ref/det.html`