

Matematiikan ja tilastotieteen laitos

Analyysi I

Kotitehtävät 1

12.9.2011 alkavalle viikolle

Lue kurssin kotisivulta ohjeet koti- ja ex tempore tehtävistä sekä siitä, miten pää- ja sivuaineopiskelijat saavat harjoituksista lisäpisteitä!

Vastaukset on perusteltava huolellisesti!

K1. Osoita, että $\sqrt[3]{2}$ on irrationaalinen.

K2. Osoita, että $\sqrt{6}$ on irrationaalinen.

K3. Luvun x käänteisluku on sellainen yksikäsitteinen luku y , että $xy = 1$. Miksi luvulla 0 ei ole käänteislukua; ts. miksi nolllalla ei saa jakaa?

K4. Oletetaan, että n on positiivinen kokonaisluku. Etsi sellainen luku $a > 0$, että

$$\frac{2n+3}{4n^2+5} < \frac{a}{n}.$$

K5. Oletetaan, että n on positiivinen kokonaisluku. Osoita, että

$$\frac{n+1}{n^2+2} > \frac{1}{3n}.$$

K6. Oletetaan, että n on positiivinen kokonaisluku. Etsi sellainen luku $a > 0$, että

$$\frac{2n+3}{4n^2+5} > \frac{a}{n}.$$

K7. Osoita, että jos $n > 77^{77}$, niin

$$1 - 77^{-77} < \frac{n+1}{n+2} < 1.$$

Kannattaa tutkia erotusta $1 - \frac{n+1}{n+2}$.

K8. Pitääkö paikkansa: on olemassa sellainen K , että kaikilla $n > K$ pätee

$$1 - 999^{-999} < \frac{n+1}{n+2} < 1.$$