

Institutionen för Matematik och Statistik

Analys I

Ex tempore Uppgifter 2

För veckan som börjar 19.9.2011

E1. Vilka tal uppfyller $|x - 7| < 2$? Gissa först svaret genom att tänka på absolutbeloppet som ett avstånd, bevisa sedan ditt svar med hjälp av absolutbeloppslemma: ($|x| < a$ omm $-a < x < a$ när a är positivt.) Ge svaret som ett intervall, behandla absolutbeloppet noggrant.

E2. Vi antar: $h > 0$. vilka tal uppfyller $|x - 7| < h$? Ge ditt svar som ett intervall.

E3. Vilka tal uppfyller $|2x - 3| < 1$? Ge svaret som ett intervall, ändra först ablutbeloppet till formen: $|x - a| < b$.

E4. Vilka reella tal x uppfyller både $|x + 2| < 3$ och $|x - 2| < 3$? Använd absolutbeloppslemmat, behandla absolutbeloppet noggrant.

E5. (a) Sök ett tal $K > 0$, så att för alla x i intervallet $]0, 2[$ gäller $|x^3 - 1| \leq K|x - 1|$.
(b) Finns det ett tal h , så att $|x^3 - 1| < 7^{-77777}$ alltid då $|x - 1| < h$?

E6. (a) Hurudant intervall formas av de tal x , vars närmevärde med två decimalers noggranhet är 23,14. Använd avrundningsreglerna från skolan.

(b) Vi antar $|x - e^\pi| < 2^{-1}10^{-1}$. Vad vet du då om talets x desimalutveckling?

(c) Hur är det ifall $|x - e^\pi| < 2^{-1}10^{-23}$ då?

(Decimalutvecklingen för e^π börjar:

23,14069263277926900572908636794854738026610624260021.)

E7. Sök ett tal $K > 0$, för vilket det gäller att för alla x $[1, 3]$ är $|2x^2 + x - 10| \leq K|x - 2|$. Obs: uttrycket $2x^2 - x$ får värdet 10 då $x = 2$ därför lönar det sig börja såhär: $(2x^2 + x) - 10 = (2x^2 + x) - (8 + 2) = (2x^2 - 8) + (x - 2)$.

E8. Sök ett tal $K > 0$, så att för alla x i $[0, 2]$ gäller att $|(x^3 - 2x^2 + 3x - 4) - (-2)| \leq K|x - 1|$. Obs: uttrycket $x^3 - 2x^2 + 3x - 4$ se formler från tidigare uppgifter.