

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys I

För veckan som börjar 28.11.2011

Denna vecka övar vi användningen av funktioners gränsvärden

EX TEMPORE UPPGIFTER

E1. Undersök möjliga största och minsta värden samt lokala extremvärden för funktionen $f : [0, 7] \rightarrow \mathbb{R}$ då

$$f(x) = |(x - 2)^2 - 1|$$

för varje $x \in [0, 7]$. Noggranna motiveringar! (Kolla kompendiets sidor 58 och 60.)

E2. Vi antar att f är kontinuerlig på intervallet $[0, 1]$ och att för alla $x \in]0, 1[$ gäller:

(a) $f'(x) \leq 1$;

(b) $f'(x) \leq x^7$.

Vad vet vi i fall (a) och (b) om värdet $f(1)$, om $f(0) = 2$? i (b)-fallet kan det löna sig att studera ”hjälpfunktionen” definierad med $\frac{1}{8}x^8 - f(x)$.

E3. Vi antar att $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ är kontinuerlig och deriverbar. Vi antar dessutom att för alla $x \in]-1, 1[$ gäller att $|f'(x)| \leq 10$. Ge ett exempel på ett tal $\delta > 0$, att det för varje $x, y \in [-1, 1]$ gäller att om: $|x - y| < \delta$, så är $|f(x) - f(y)| < 10^{-2010}$.

E4. Visa att funktionen $f(x) = x^7$ har en överallt definierad invers funktion $\sqrt[7]{y}$. Var är denna deriverbar? Fundera speciellt på punkten $y = 0$. Kompendiets sidor 43 och 50 kan hjälpa.