INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK
Analys I
För veckan som börjar 21.11.2011

UPPVÄRMNING

L1 Derivera

$$\frac{x^3+1}{x^2+1}.$$

L2 Derivera

$$\sqrt{\frac{x^3+1}{x^2+1}}.$$

L3. Tillämpa deriveringsregeln för en invers funktion till att derivera kubrotsfunktionen, var är den inte deriverbar?

L4. Vi definierar: $f(x) = 3x$. Tolka: $f(x+h) = 3(x+h) = 3x + 3h = f(x) + 3h$ med hjälp av karakteriseringssatsen. Kan vi med hjälp av detta härleda f:s derivata?

EX TEMPORE

E1. Vi definierar $f(x) = x^2$. Presentera funktionens ändring som:

$$f(1+h) = f(1) + 7h + h\alpha(h) = 1 + 7h + h\alpha(h).$$

Strider resultatet med karakteriseringssatsen?

E2. Vi antar att funktionen f är kontinuerlig i intervallet $[1,3]$ och deriverbar i $]1,3[$. Vi antar dessutom att för alla $x \in]1,3[$ gäller att $1 < f'(x) < 4$. Vad vet vi om $f(3)$, om $f(1) = 1$? Hur kan du motivera ditt svar med hjälp av kursens resultat hitttills?

E3. Vi antar att funktionen f är kontinuerlig i intervallet $[1,3]$ och deriverbar i $]1,3[$. Vi antar dessutom att för alla $x \in]1,3[$ gäller att $1 < f'(x) < 4$. Vad vet vi om $f(1)$, om $f(3) = 1$? Hur kan du motivera ditt svar med hjälp av kursens resultat hitttills?

E4. (Deriveringsregeln för produktfunktionen med hjälp av karakteriseringssatsen.) Vi antar att funktionerna f och g är deriverbara vid x_0. Då gäller enligt karakteriseringssatsen att

$$f(x_0+h) = f(x_0) + f'(x_0)h + h\varepsilon_1(h)$$

och

$$g(x_0+h) = g(x_0) + g'(x_0)h + h\varepsilon_2(h),$$

där $\varepsilon_1(h) \to 0$ och $\varepsilon_2(h) \to 0$ då $h \to 0$. Modifiera produkten

$$(f(x_0) + f'(x_0)h + h\varepsilon_1(h))(g(x_0) + g'(x_0)h + h\varepsilon_2(h))$$

och härled att fg är deriverbar i x_0 samt deriveringsregeln för en produkt av deriverbara funktioner.