

Institutionen för Matematik och Statistik

Analys I

Ex tempore Uppgifter 1

För veckan som börjar 12.9.2011

Svaren måste motiveras noggrant

E1. Vi antar att $0 < x < y$. Visa att $x^2 < y^2$.

E2. Vi antar att: $1 < x$. Gäller det att $x^3 < x^7$?

E3. Är $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+3}$ ett rationellt eller irrationellt tal? Du får använda kunskapen om att $\sqrt{2}$ är irrationellt.

E4. Visa, att $\sqrt{7}$ är irrationellt.

E5. Oletetaan, että n on positiivinen kokonaisluku. Osoita, että

$$\frac{n+1}{n^2+2} < \frac{2}{n}.$$

E6. Är $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ rationellt eller irrationellt?

E7. Är $\sqrt{2} + \sqrt[3]{2}$ rationellt eller irrationellt?

E8. Vi antar att $x < y$. Visa, att

$$x < \frac{x+y}{2} < y.$$

(Bonusfrågor: Existerar det ett par av reella tal så att det inte finns några andra tal ”mellan dem”? Ligger det ett rationellt tal mellan varje par av rationella tal man kan välja? Hur är det om vi undersöker par av reella tal då? Ligger det ett irrationellt tal mellan varje par av reella tal?)