INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK
Analys I
Hemupppgifter 3
Veckan som börjar 26.9.2011

Denna vecka övar vi definitionen av gränsvärdet för en talföjd samt grundegenskaperna hos gränsvärdet. De flesta av uppgifterna har formen ”godkänn eller underkänn” det påstådda gränsvärdet direkt på basen av definitionen av gränsvärdet.

Vidare egenskaper hos gränsvärdet av talföljder kommer i nästa serie av uppgifter, och mot slutet av vår studie av talföljder möter vi satser från vilka det följer att gränsvärdet existerar ifall talföljden har vissa egenskaper.

K1. Gäller det att

$$\lim_{n\to\infty} \frac{3n+2}{2n-3} = \frac{3}{2} \text{ ?}$$

K2. Gäller det att

$$\lim_{n\to\infty} \frac{3n+2}{2n^2-3} = 0 \text{ ?}$$

K3. Gäller det att

$$\lim_{n\to\infty} \frac{3n^2+2}{2n-3} = 1 \text{ ?}$$

K4. Gäller det att

$$\lim_{n\to\infty} \frac{3n+2}{2n-3} = \frac{2}{3} \text{ ?}$$

K5. Visa att påståndet

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^2+3}{5n^3-3} = 0$$

gäller.

K6. Visa att påståndet

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^2+3}{5n^3-3} = 1$$

inte gäller.

K7. Anta att $a < \lim_{n\to\infty} x_n < b$. (Antagandet innehåller informationen att gränsvärdet existerar.) Visa att det finns ett sådant K att $a < x_n < b$ för alla $n > K$. Avsikten är att utföra denna uppgift utgående från definitionen av gränsvärdet av en talföljd.

K8. Anta att talföljden (x_n) konvergerar samt att

$$y_n = (-1)^n x_n$$

för alla n. Visa att följden (y_n) konvergerar om $\lim_{n\to\infty} x_n = 0$. Gäller detta om vi avstår från antagandet att $\lim_{n\to\infty} x_n = 0$?