INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK
Analys I
Hemuppgifter 13
Veckan som börjar 12.12.2011

I dessa uppgifter övar vi för kursprovet. Hemuppgifterna är en variation på kursprovet från 2010. Denna gång utgör också uppvärmningsuppgifterna en likadan uppgiftsserie som hemuppgifterna.

2. kursprovet hålls torsdag 15.12.2011 kl 13-15 i Exactum. Tag kontakt med föreläsaren ifall tiden definitivt är olämplig.

UPPVÄRMNINGSUPPGIFTER

L1. Bestäm
$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2+1}{x^3+3}$$
med hjälp av kursens satser. Noggrann motivering!

L2. Funktionen f satisfierar för alla $x\in\mathbb{R}$ villkoret $f(x)=|x|^3$. Är f deriverbar i punkten $x=0$? Noggrann motivering!

L3. Visa att det finns $a\in\mathbb{R}$ så att för varje $x\in\mathbb{R}$ gäller att
$$\frac{\sin(e^x)}{x^2+1}\leq\frac{\sin(e^a)}{a^2+1}.$$
I uppgiften lönar det sig kanske inte att använda derivatan.

L4. Definiera funktionen $f\colon]0,\frac{\pi}{2}[\to\mathbb{R}$ med villkoret
$$f(x)=\frac{\sin x}{x}.$$
Visa att f är strängt avtagande.

HEMUPPGIFTER

K1. Bestäm
$$\lim_{x\to 2}\frac{x^3-1}{x^4+1}.$$

med hjälp av kursens satser. Noggrann motivering!

K2. Funktionen f satisfierar för alla $x \in \mathbb{R}$ villkoret $f(x) = (x-1)|x-1|$. Är f deriverbar i punkten $x = 1$? Noggrann motivering!

K3. Visa att det finns $a \in \mathbb{R}$ så att för varje $x \in \mathbb{R}$ gäller att

$$\frac{e^{\sin x} \sin x}{e^{x^2}} \leq \frac{e^{\sin a} \sin a}{e^{a^2}}.$$

I uppgiften lönar det sig kanske inte att använda derivatan.

K4. Visa att för varje $x \in]0, \frac{\pi}{2}[$ gäller att

$$1 - \cos x < \frac{x^2}{2}.$$