



Palauta ratkaisusi sähköisesti Moodlessa tiistaihin 24.1.2017 klo 23:55 mennessä. Lue myös harjoitusten palautusohje Moodlessa.

1. (1:1) Luvuista $\{1, 2, \dots, 100\}$ valitaan umpimähkään yksi. Millä $tn:$ llä valittu luku on
 a) kaksinumeroinen,
 b) kaksinumeroinen, joka ei ole jaollinen luvulla 11,
 c) 7:llä jaollinen?

2. (1:5) Noppaa heitetään 6 kertaa. Millä $tn:$ llä pisteluvut 5 ja 6 esiintyvät ainakin kerran?

3. (1:6) Osoita, että tn -avaruuden (Ω, \mathcal{F}, P) tapahtumilla A ja B pätee

$$P(A) \leq 1 - P(A^c \cap B^c) \leq P(A) + P(B)$$

ja

$$1 - P(A^c) - P(B^c) \leq P(A \cap B) \leq P(A).$$

4. (1:7) Oletetaan, että $P(A) = 0,45$ ja $P(B) = 0,75$. Mitä voit sanoa luvusta $P(A \cap B)$?

5. (1:9) Olkoot A ja B tapahtumia.

- (i) Lausu joukko-operaatioiden avulla seuraavat tapahtumat: Tapahtumista A ja B

- a) sattuu molemmat,
 b) ei satu kumpikaan,
 c) sattuu ainakin yksi,
 d) sattuu täsmälleen yksi.

- (ii) Lausu näiden komplementtitapahtumat sanallisesti.

- (iii) Lausu tapahtumien a) . . . d) $tn:t$ lukujen $P(A)$, $P(B)$ ja $P(A \cap B)$ avulla.

6. (1:11) Eräässä kaupungissa ilmestyy kolme sanomalehteä (A , B ja C) säännöllisesti 7 päivänä viikossa. Aikuisväestön lukutottumuksia tutkittaessa havaittiin, että näitä lehtiä luettiin seuraavasti:

A: 20%	B: 16%	C: 14%
A ja B: 8%	A ja C: 5%	B ja C: 4%
A ja B ja C: 2%		

Aikuisväestöstä valitaan umpimähkään henkilö. Millä $tn:$ llä hän

- a) ei lue säännöllisesti mitään näistä lehdistä,
 b) lukee säännöllisesti A :ta, mutta ei B :tä eikä C :tä,
 c) lukee säännöllisesti täsmälleen yhtä näistä lehdistä?

7. (1:12) Satunnaiskokeessa heitetään painotettua tetraedria ja tarkkaillaan, mikä sivutahkoista 1, 2, 3, 4 esiintyy (eli on lattiaa vasten heiton jälkeen). On havaittu, että eri sivutahkojen esiintymiskertojen lukumäärien suhde (pitkissä koesarjoissa) on

$$2 : 3 : 4 : 5.$$

Määritä koetta kuvailevan tn -mallin perusjoukko ja pistet: t .

8. *Tietokoneen satunnaislukugeneraattori*. Tietokoneen ”satunnaisluvut” tuotetaan yleensä täysin deterministisesti. Käyttäjän näkökulmasta ne ovat enemmän tai vähemmän ennustamattomia, koska hän ei tunne lukuja tuottavan ohjelman sisäistä tilaa.
- a) Tarkastellaan äärimmillään yksinkertaistettua generaattoria. Aloitetaan luvusta 1, ja tuotetaan jono lukuja siten, että kun jonon luku on arvoltaan x , niin seuraava luku on $(41x + 7) \bmod 100$ (tämä tarkoittaa jakojäännöstä, kun luku $(41x + 7)$ jaetaan sadalla). Mitkä ovat jonon kolme ensimmäistä lukua?
 - b) Jonon luvut edustavat generaattorin *tiloja*: aluksi tila on 1, sitten 48 jne. Kun generaattori on tilassa x , uusi *satunnaisluku* annetaan käyttäjälle ottamalla vain tilan kymmennumero (esim. tilassa 48 annetaan numero 4, tilassa 7 numero 0 jne.). Sitten generaattori siirtyy jonossa seuraavaan tilaan. Mitkä ovat generaattorin tuottamat kolme ensimmäistä satunnaislukua?
 - c) Olet saanut generaattorista viimeksi satunnaisluvun 2, ts. generaattori oli silloin jossakin tiloista 20, 21, 22, ..., 29. Mitkä ovat seuraavan satunnaisluvun mahdolliset arvot? Mitä mieltä olet luvun satunnaisuudesta? Huom. Todellisissa tietokoneiden satunnaislukugeneraattoreissa käytetään mm. tämäntapaista menetelmää, mutta luvut ovat huomattavasti suurempia.
 - d) Tutustu R-ohjelmistoon: Voit ladata ohjelman ilmaiseksi omalle koneellesi osoitteesta <https://cran.r-project.org>. Yliopiston koneilla ohjelmisto löytyy valmiiksi asennettuna. Jos et halua asentaa R:ää omalle koneellesi, voit käyttää R:ää interaktiivisesti osoitteessa <http://www.r-fiddle.org>. Selvitä R:n avulla edellä esitellyn satunnaislukugeneraattorin 1000. satunnaisluku.

Tehtävän 8 kohdan d) ratkaisuun voit käyttää tiedoston *generaattori.R* koodia, joka löytyy Moodlesta. Ohjeita R-koodin käyttöön: Tallenna ensin tiedosto *generaattori.R* koneellesi. Kirjoita sitten R-konsoliin seuraavat komennot:

```
source("TiedostonSijainti/generaattori.R")
jono <- sarja(1,1000)
jono[1000]
```

Näin konsoliin pitäisi tulostua generaattorin tuottama 1000. luku.

Huom! Muista korvata yllä *TiedostonSijainti/generaattori.R* oikealla polulla, esimerkiksi *C:/Users/Mika/generaattori.R* (huomaa myös kenoviivojen suunta).