

# Lähdeviitteiden käyttö ja kulttuuri matemattisessa kirjallisuudessa

Petri Ola

05.05.2017

# Miksi viitataan?

# Miksi viitataan?

- Ohjaaja käskee :)

# Miksi viitataan?

- Ohjaaja käskee :)
- Tapaa jakaa tieteellistä kredittiä: kunnia niille jotka asian alunperin keksivät.

# Miksi viitataan?

- Ohjaaja käskee :)
- Tapaa jakaa tieteellistä kredittiä: kunnia niille jotka asian alunperin keksivät.

Alkuperäislähteisiin viittaamisessa on kuitenkin matematiikassa omat vakiintuneet käytäntönsä ja tästä myöhemmin lisää.

# Miksi viitataan?

- Ohjaaja käskee :)
- Tapaa jakaa tieteellistä kredittiä: kunnia niille jotka asian alunperin keksivät.

Alkuperäislähteisiin viittaamisessa on kuitenkin matematiikassa omat vakiintuneet käytäntönsä ja tästä myöhemmin lisää.

- Viitaukset saman alan aikaisempiin töihin selittävät lukijalle työn motivaatiota ja taustoja. **Tärkeää ymmärtää mitä tutkitaan ja miksi!**

# Miksi viitataan?

- Ohjaaja käskee :)
- Tapaa jakaa tieteellistä kredittiä: kunnia niille jotka asian alunperin keksivät.

Alkuperäislähteisiin viittaamisessa on kuitenkin matematiikassa omat vakiintuneet käytäntönsä ja tästä myöhemmin lisää.

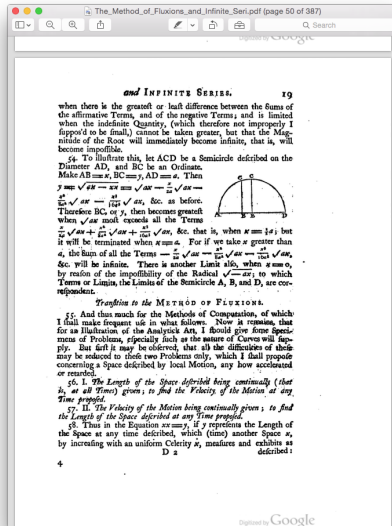
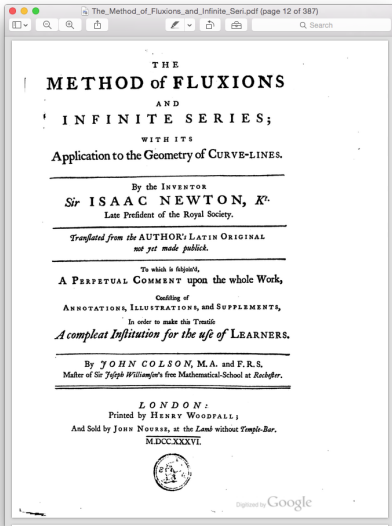
- Viitaukset saman alan aikaisempiin töihin selittävät lukijalle työn motivaatiota ja taustoja. **Tärkeää ymmärtää mitä tutkitaan ja miksi!**
- Kaikkea ei ole tarkoituksenmukaista aina todistaa itse, vaan lukijalle voi kertoa, mistä todistuksen tai esimerkin voi löytää.

# Mihin viitataan?

Mihin kannattaa viitata?



# Mihin viitataan?



# Matemattisen kulttuurin ”evoluutio”

- Tieteellisen käytännön mukaan ensisijaisesti **alkuperäislähteisiin**.  
Kannattaa kuitenkin käyttää harkintaa :)

# Matemattisen kulttuurin ”evoluutio”

- Tieteellisen käytännön mukaan ensisijaisesti **alkuperäislähteisiin**. Kannattaa kuitenkin käyttää harkintaa :)
- Tutkimuksen edistyessä alan vakiintuneet perustulokset ja menetelmät kootaan **lähdeksiin**. Näitä ei ole tarkoitettu oppikirjoiksi, mutta niissä on aina kattavat viiteluettelot alkuperäislähteisiin.

# Matemattisen kulttuurin ”evoluutio”

- Tieteellisen käytännön mukaan ensisijaisesti **alkuperäislähteisiin**. Kannattaa kuitenkin käyttää harkintaa :)
- Tutkimuksen edistyessä alan vakiintuneet perustulokset ja menetelmät kootaan **lähdeksiin**. Näitä ei ole tarkoitettu oppikirjoiksi, mutta niissä on aina kattavat viiteluettelot alkuperäislähteisiin.
- Aikaa myöten tulokset kristallisoituvat ja ovat valmiita myös **oppikirjoihin**.

# Matemattisen kulttuurin ”evoluutio”

- Tieteellisen käytännön mukaan ensisijaisesti **alkuperäislähteisiin**. Kannattaa kuitenkin käyttää harkintaa :)
- Tutkimuksen edistyessä alan vakiintuneet perustulokset ja menetelmät kootaan **lähdeksiin**. Näitä ei ole tarkoitettu oppikirjoiksi, mutta niissä on aina kattavat viiteluettelot alkuperäislähteisiin.
- Aikaa myöten tulokset kristallisoituvat ja ovat valmiita myös **oppikirjoihin**.
- Riippuen siis käsiteltävästä asiasta, on mahdollista viitata kaikkiin näihin.

# Missä viitataan?

- **Johdannossa**, jossa usein selitetään työn taustoja, ja liitetään työ laajemmin alan tutkimukseen ja kirjallisuuteen.

# Missä viitataan?

- **Johdannossa**, jossa usein selitetään työn taustoja, ja liitetään työ laajemmin alan tutkimukseen ja kirjallisuuteen.
- **Lukujen ja kappaleiden alussa, tai lopussa**. Jos esimerkiksi kappale olennaisesti perustuu joihinkin aikasempiin töihin, voi nämä viittaukset koota yhteen paikkaan. Näin tekstin luettavuus ei kärsi.

# Missä viitataan?

- **Johdannossa**, jossa usein selitetään työn taustoja, ja liitetään työ laajemmin alan tutkimukseen ja kirjallisuuteen.
- **Lukujen ja kappaleiden alussa, tai lopussa**. Jos esimerkiksi kappale olennaisesti perustuu joihinkin aikasempiin töihin, voi nämä viittaukset koota yhteen paikkaan. Näin tekstin luettavuus ei kärsi.
- **Ennen lausetta tai määritelmää**. Joskus on asiallista viitata välittömästi tekstissä suoraan artikkeliin jossa tulos on todistettu. Usein - mutta ei aina - tällaisilla tuloksilla saattaa olla jo nimi, esimerkiksi "Nevanlinnan toinen päälause", tai "Hilbert Nullstellensatz".



# Miten viitataan?

maxwell\_v11.pdf (page 10 of 24)

This it suffices to prove Theorem 1.1 in the case where  $c = 1$ . We will from now on assume that  $g = e \otimes g_0$  where  $(M_0, g_0)$  is a simple 2-manifold, and that we are working with the LCW  $\varphi(x) = x_1$ . We will also assume that  $(\tilde{M}_0, \tilde{g}_0)$  is another simple 2-manifold which is slightly larger than  $M_0$ .

As indicated in Lemma 2.3, we will need to construct two types of complex geometrical optics solutions. First we need sufficiently regular solutions to the Maxwell equations, with no restrictions on their boundary values. By Section 2 it suffices to construct solutions  $Z$  to the equation  $(-\Delta + Q)Z = 0$  in  $M$  such that  $Y = (P - W^*)Z$  satisfies  $Y^0 = Y^1 = 0$ . Such solutions were obtained in [KSU09, Theorem 6.1a]. Second, we need solutions of the Dirac equation  $(P + W^*)Y = 0$  satisfying  $Y^0 = 0$ . Here  $\Gamma \subset \partial M$  is meant to be an open neighbourhood of  $\partial M \setminus \bar{F}$ , where  $F$  is as in the statement of Theorem 1.1. By proper choice of  $\Gamma$ , we can ensure that

$$(3.1) \quad \langle d\varphi, \nu \rangle < 0 \text{ on } \bar{\Gamma}.$$

The next theorem states the existence and basic properties of both types of complex geometrical optics solutions.

**Theorem 3.1.** Let  $\epsilon, \mu \in C^0(M)$  have positive real parts, and let  $W$  and  $Q$  be as in Section 2. Fix  $p \in \tilde{M}_0 \setminus M_0$ , and let  $(r, \theta)$  be polar normal coordinates in  $(\tilde{M}_0, \tilde{g}_0)$  with center  $p$ , so that  $(x_1, r, \theta)$  are global coordinates near  $M$ . Let  $\kappa_0, \iota_0$  be real constants, let  $\lambda > 0$ , and let  $b(\theta) \in C^\infty(S^1)$ .

(a) For  $|\lambda|$  sufficiently large and outside a countable subset of  $\mathbb{R}$ , one can construct solutions to the equation  $(-\Delta + Q)Z = 0$  in  $M$  satisfying

$$(P + W^*)Y = 0, \quad Y = (P - W^*)Z,$$
$$Y^0 = Y^1 = 0$$

where  $Z \in H^2(M, AM)$  has the form

$$(3.2) \quad Z = e^{-i\lambda(x_1 + i\epsilon)} |g(r, \theta)|^{-1/4} e^{i\lambda(x_1 + i\epsilon)} b(\theta) \begin{pmatrix} \kappa_0 \\ 0 \\ \iota_0 + 1 \\ 0 \end{pmatrix} + e^{-i\lambda(x_1 + i\epsilon)} R$$

with  $\|R\|_M \leq C\lambda^{-1}$  for  $0 \leq \epsilon \leq 2$ .

maxwell\_v11.pdf (page 23 of 24)

[DKLS12] D. Das-Santos Ferreira, V. Karyiev, M. Lassas, M. Saks, The Calderón problem in transversally anisotropic geometries, *J. Eur. Math. Soc.* (to appear).

[EIS06] M. Eller, Carleman estimates for some elliptic systems, *J. Phys. Conf. Series* **124** (2008), 012023.

[IUY10] O. Inassaridze, G. Uhlmann, M. Yamamoto, The Calderón problem with partial data in two dimensions, *J. Amer. Math. Soc.* **23** (2010), 403–401.

[IY13] O. Inassaridze, M. Yamamoto, Inverse boundary value problems for Schrödinger equation in cylindrical domains by partial boundary data, *Inverse Problems* **29** (2013), 045002.

[IY14a] O. Inassaridze, M. Yamamoto, Calderón problems for Maxwell equations in two dimensions, preprint (2014), arXiv:1403.7556.

[IY14b] O. Inassaridze, M. Yamamoto, Calderón problems for Maxwell’s equations in the wave guide, preprint (2014), arXiv:1404.0741.

[IY14c] O. Inassaridze, M. Yamamoto, Calderón problem for Maxwell’s equations in cylindrical domains, *Inverse Probl. Imaging* **8** (2014), 1117–1137.

[Is07] V. Isakov, On uniqueness in the inverse conductivity problem with local data, *Inverse Probl. Imaging* **1** (2007), 39–105.

[JM00] M. Joshi, S.R. McDowell, Total determination of material parameters from electromagnetic boundary information, *Pacific J. Math.* **190** (2000), 107–120.

[KS13] C.E. Kenig, M. Saks, The Calderón problem with partial data on manifolds and applications, *Analysis & PDE* **6** (2013), 2003–2048.

[KSU09] C.E. Kenig, M. Saks, G. Uhlmann, Inverse problems for the anisotropic Maxwell equations, *Duke Math. J.* **137** (2011), 369–410.

[KSU07] C.E. Kenig, J. Sjöstrand, G. Uhlmann, The Calderón problem with partial data, *Ann. of Math.* **165** (2007), 567–591.

[Mc97] S.R. McDowell, Boundary determination of material parameters from electromagnetic boundary information, *Inverse Problems* **13** (1997), 103–163.

[Mc00] S.R. McDowell, An electromagnetic inverse problem in chiral media, *Trans. Amer. Math. Soc.* **352** (2000), 2903–3013.

[Na88] A. Nachman, Reconstructions from boundary measurements, *Ann. of Math.* **128** (1988), 531–576.

[NS11] A. Nachman, B. Street, Reconstruction in the Calderón problem with partial data, *Comm. PDE* **35** (2010), 373–390.

[OPS08] P. Ola, L. Päivärinta, E. Somersalo, An inverse boundary value problem in electrostatics, *Duke Math. J.* **70** (1993), 617–653.

[OPS08] P. Ola, L. Päivärinta, E. Somersalo, Inverse problems for time harmonic electrodynamics, In *Inside Out: Inverse Problems and Applications* (edited by G. Uhlmann), *Math. Sci. Res. Inst. Publ.* **47**, pp. 169–191, Cambridge University Press, Cambridge, 2008.

[OS96] P. Ola, E. Somersalo, Electromagnetic inverse problems (edited by G. Uhlmann), *SIAM J. Appl. Math.* **56** (1996), 1129–1145.

[ST06] M. Saks, L. Tassi, Carleman estimates and inverse problems for Dirac operators, *Math. Ann.* **344** (2010), 161–184.