

Sijoitustoiminnan matematiikan laskuharjoitus 2, 1.3.2017

1. Markkinoilla on kaksi arvopaperia. Toinen on vuoden nollakuponkibondi vuosikorolla $i \geq 0$ ja toinen osake, jonka mahdolliset arvot hetkellä 1 ovat $\alpha_1, \dots, \alpha_M$, missä

$$0 < \alpha_1 < \dots < \alpha_M.$$

Olkoon p osakkeen hinta hetkellä 0.

Oletetaan, että markkinat ovat arbitraasivapaat. Osoita, että $p \in (\frac{\alpha_1}{1+i}, \frac{\alpha_M}{1+i})$.

2. (jatkoa) Olkoot arvopaperit kuten edellisessä tehtävässä ja $p \in (\frac{\alpha_1}{1+i}, \frac{\alpha_M}{1+i})$. Osoita, että markkinat ovat arbitraasivapaat.

3. Todista luentojen huomautus 5.3.

4. Finanssimarkkinoilla on kaksi arvopaperia. Toinen on vuoden nollakuponkibondi vuosikorolla $i = 0$ ja toinen osake, jonka hinta hetkellä 0 on 1 ja arvo hetkellä 1 $S_2(1)$. Oletetaan, että

$$\mathbb{P}(S_2(1) = 0) = \frac{1}{2}, \quad \mathbb{P}(S_2(1) = 2) = \frac{1}{3} \quad \text{ja} \quad \mathbb{P}(S_2(1) = 3) = \frac{1}{6}.$$

a) Osoita, että markkinat ovat arbitraasivapaat.

b) Lisätään markkinoille arvopaperi, jonka haltijalla on oikeus ostaa 1 eurolla yksi osake hetkellä 1. Määrä arvopaperin arbitraasivapaat hetken 0 hinnat.

5. Finanssimarkkinoilla on kolme arvopaperia. Arvopaperi 1 on vuoden nollakuponkibondi vuosikorolla $i = 0$. Arvopaperin n arvo hetkellä k on $S_n(k)$, $n = 2, 3$, $k = 0, 1$. Oletetaan, että $S_2(0) = 1$, $S_3(0) = \frac{1}{2}$ ja että

$$\mathbb{P}(S_2(1) = 0, S_3(1) = 0) = \alpha, \quad \mathbb{P}(S_2(1) = 2, S_3(1) = 1) = \beta$$

ja

$$\mathbb{P}(S_2(1) = 3, S_3(1) = 2) = 1 - \alpha - \beta,$$

missä $\alpha, \beta \in (0, 1)$ ja $\alpha + \beta < 1$. Tutkittava, ovatko markkinat ovat arbitraasivapaat.