

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Reaalianalyysi I

Harjoitus 7, Vihje

1. Riittää osoittaa: On olemassa sellainen $\delta > 0$, että $E \cap (x + E) \neq \emptyset$ kaikilla $|x| < \delta$. Olkoon

$$f(x) = \int_{\mathbb{R}} \chi_E(x+t)\chi_E(t)dt,$$

jolloin $f(0) > 0$. ”Translaation L^1 -jatkuvuudesta” (Lause 2.29) seuraa, että f on jatkuva 0:ssa.

It suffices to show that there exists $\delta > 0$ such that $E \cap (x+E) \neq \emptyset$ for all $|x| < \delta$: Let

$$f(x) = \int_{\mathbb{R}} \chi_E(x+t)\chi_E(t)dt.$$

Then $f(0) > 0$ and it follows from the ” L^1 -continuity of a translation” (Lause 2.29) that f is continuous at 0.