

tehtävä 1: Maija

tehtävä 2: Anni

tehtävä 3: Juno

tehtävä 4: Inkeri

tehtävä 5: Luna

tehtävä 6: Tuukka

tehtävä 1

Etsi internetistä vähintään kolme eri sivustoa, joista on hyötyä lukion matematiikan oppimisessa. Kerro, miten kyseisiä sivustoja voisi käyttää opetuksessa.

OpetusTV

<https://opetus.tv/maa/maa1/>

<http://polku.opetus.tv/lukio#matematiikka>

- itseopiskelu (esimerkiksi jos oppilas tunnilta poissa)
- kertaus
- oppilaat, jotka oppivat paremmin kuuntelemalla
- TI-Nspire ohjeita

GeoGebra

<https://www.geogebra.org>

- havainnollistaminen
- itse luominen
- valmiiden pohjien tutkiminen

WolframAlpha

<https://www.wolframalpha.com>

- tehtävän tarkistaminen
- hankalampien laskujen laskeminen (esimerkiksi derivointi tai integrointi)
- näyttää yhdellä kertaa paljon erilaista tietoa (esimerkiksi funktioista)

Khan Academy

<https://www.khanacademy.org/math/>

- matemaattisten käsitteiden taustaa → syvälinen ymmärtäminen
- itseopiskelu (tehtävät)

Pikku M

<https://matta.hut.fi/PikkuM/>

- aihealueet selkeät
- mukana harjoitustehtäviä joita opettaja voi hyödyntää opetuksessa
- STACK tehtävien avulla kertaus onnistuu helposti

Jokeri - Opetushallitus

<http://www.amiedu.net/jokeri/matematiikka/>

- tehtäväpaketteja ratkaisuihin
- linkkejä matematiikan opiskeluun ja opettamiseen
- oppilaille: itseopiskelu ja uudet oppimisympäristöt

-opettajille: erilaisten oppijoiden tunnistaminen, tukeminen ja ohjaus.

Youtube

-Mathologer: https://www.youtube.com/channel/UC1_uAIS3r8Vu6JjXWvastJg

-Numberphile: <https://www.youtube.com/user/numberphile>

-3blue1brown: https://www.youtube.com/channel/UCYO_jab_esuFRV4b17AJtAw

-Infinite series: <https://www.youtube.com/channel/UCs4aHmGgTfFrpkPcWSaBN9g>

-Vihart: <https://www.youtube.com/user/Vihart>

Matematiikan Historiaa

-<http://www.storyofmathematics.com/>

MAFY

-<http://www.mafyvalmennus.fi>

Wikipedia

-<https://fi.wikipedia.org/wiki/Wikipedia:Etusivu>

TI-Nspire

<http://nspire.fi>

Jupyter

<http://jupyter.org>

tehtävä 2

- Mitä matematiikan ohjelmistoja tulevassa sähköisessä matematiikan kokeessa on käytössä?
- Millaisen valinnan tekisit opettajana ohjelmistojen suhteen?
 - Käyttäisitkö yhtä/useampaa/kaikkia?
 - Minkä ainakin valitsisit?

- Kokeessa käytettävät ohjelmistot
 - MAOL-digitaulukot (Otava)
 - LibreOffice (tekstinkäsittely, taulukkolaskenta, vektorigrafiikka), vain B-osa
 - GIMP (kuvankäsittely)
 - Pinta (kuvankäsittely)
 - Inkscape (vektorigrafiikka)
 - Dia (vektorigrafiikka)
 - wxMaxima (symbolinen laskenta), vain B-osa
 - Texas Instruments N-spire (symbolinen laskenta), vain B-osa
 - Casio ClassPad Manager (symbolinen laskenta), vain B-osa
 - Geogebra (mm. kuvaajat), vain B-osa
 - LoggerPro (kuvaajat)
 - KCalc-laskinohjelma (käytössä jo A-osassa)

- Opettajalla hyötyä mitä useampaa osaa käyttää
- Oppilaan on tärkeä osata käyttää eri ohjelmistotyyppisiä
- Itselle kaikista tutuimpia ohjelmistoista ovat Texasin symbolinen laskin ja Geogebra joita varmasti hyödyntäisin
 - Erityisesti Geogebrian koen hyvin käytännöllisenä sovelmana, joka taipuu moniin eri tehtävätyyppeihin ja sitä voidaan käyttää monessa eri tarkoituksessa

tehtävä 3:

Tutki funktion $f(x) = x^2\sqrt{9+x^2}$ monotonisuutta, kun $x \leq 1$ ja määritä sen ääriarvot. Ilmoita ääriarvokohdat sekä niiden arvo tarkkoina arvoina, sekä 3 desimaalin tarkkuudella ja käytä funktion monotonisuuden tutkimiseen derivaatan merkkikaaviota.

On hyvä derivointi tehtävä laskinohjelmistoa apuna käyttäen, koska itse derivoinnilla ei vielä päästä kovin pitkälle tehtävässä ja on ymmärrettävä mitä monotonisuudella tarkoitetaan.

Ratkaisu.



$f(x) = x^2\sqrt{9+x^2}$, on alkeisfunktiona jatkuva määrittelyjoukossaan $x \in]-\infty, 1]$.

Derivoidaan f laskinohjelmistolla ja saadaan, että $f'(x) = \frac{2x(x^2+9)+x^3}{\sqrt{x^2+9}}$.

Määritetään seuraavaksi derivaatan nollakohdat, jotka saadaan ratkaisemalla nollakohdat yhtälöstä:

$$\frac{2x(x^2+9)+x^3}{\sqrt{x^2+9}} = 0, \Leftrightarrow x = 0 \text{ ja } 0 \in]-\infty, 1[.$$

Tutkitaan funktion $f(x)$ monotonisuutta derivaatanmerkkikaavion avulla, ja tarkastellaan, kuinka funktio käyttäytyy määrittelyvälin päätepisteissä ja derivaatan nollakohdissa.

	$-\infty$	0	1
$f(x)$			
$f'(x)$	- - -	+ + +	

Nyt funktion kulkukaavion ja sen tiedon nojalla, että funktio on jatkuva, kun $x \leq 1$ niin voidaan päätellä, että funktion $f(x) = x^2\sqrt{9+x^2}$, ääriarvokohdat ovat $x = 1$ sekä $x = 0$.

Tutkitaan vielä erikseen $-\infty$ rajankäynnillä eli, kun $x \rightarrow -\infty$

Koska $x^2\sqrt{9+x^2} = x^2\sqrt{x^2}\sqrt{\frac{9}{x^2}+1}$, jossa kun $x \rightarrow -\infty$ niin $\sqrt{\frac{9}{x^2}+1} \rightarrow 1$ ja $x^2\sqrt{x^2} \rightarrow \infty$ niin tällöin $x^2\sqrt{9+x^2} \rightarrow \infty$.

Lasketaan nyt funktion arvot ääriarvokohdissa,

$f(0) = 0$, $x = 0$ on lokaali minikohta ja samalla kohta jossa funktio saa pienimmän arvonsa.

$f(1) = \sqrt{10} \approx 3.162$., ja $x = 1$ on lokaali maksimikohta määrittelyvälillä.

Koska $f'(x) < 0$ kun $x < 0$ niin on $f(x)$ välillä $]-\infty, 0[$ aidosti vähenevä ja tästä seuraa että funktiolla ei määrittelyvälillä ole suurinta arvoa vain raja-arvo miinus äärettömydessä.

Välillä $[0,1]$ on $f'(x) \geq 0$, jolloin on $f(x)$ välillä $[0,1]$ kasvava.

tehtävä 4:

Anna polynomeista tai geometriasta esimerkkitehtävä, jossa

a) käytetään laskiohjelmistoa

b) ei käytetä laskiohjelmistoa.

Perustele.

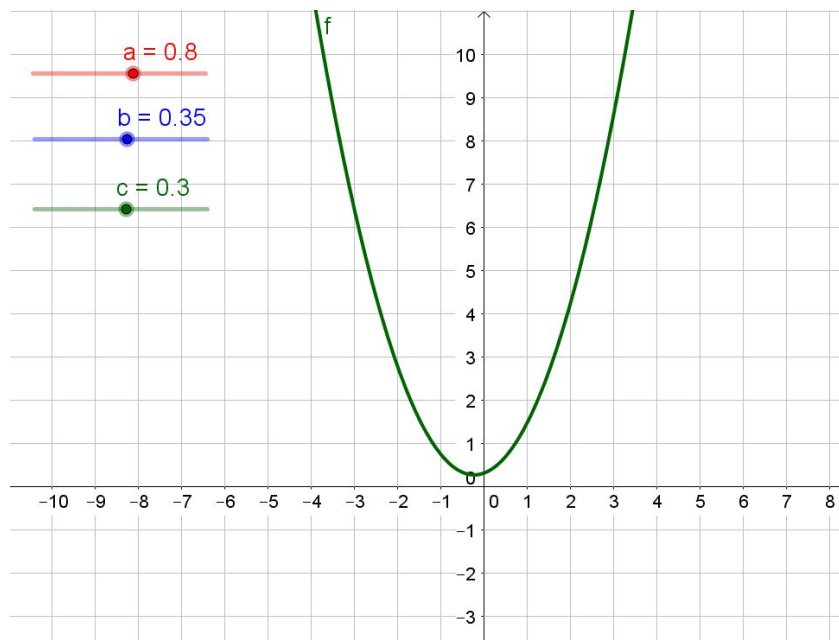
Käytetään laskiohjelmistoa

Geometria:

Laskiohjelmisto hahmotuksen apuna:

Tehtävä: Tutki GeoGebralla, kuinka funktion $f(x) = ax^2 + bx + c$ kertoimet a , b ja c vaikuttavat funktion kuvaajaan. Hyödynnä liukusäätimiä.

Ratkaisu:



Havaitaan, että

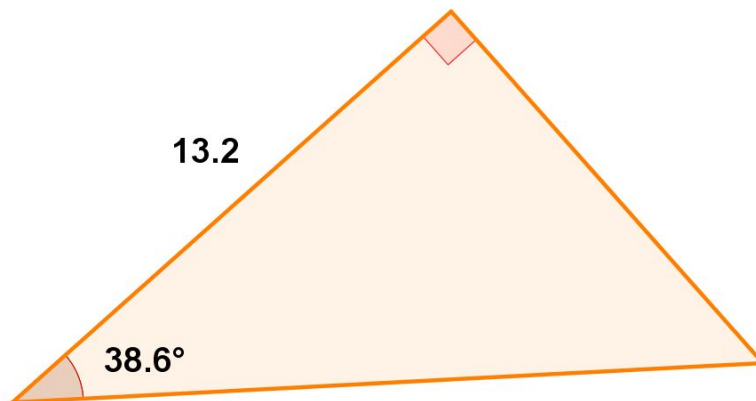
a : "Levittää" ja "kaventaa" kuvaajaa, negatiiviseksi mennessä kääntää kuvaajan nurin päin.

b : Siirtää ja venyttää funktion kuvaajaa.

c : Siirtää funktion kuvaajaa y-suunnassa.

Trigonometriset laskut:

Tehtävä: Määritä kolmion muiden sivujen pituudet likiarvoina.



Ratkaisu:

Hypotenuusa: $\cos 38.6^\circ = \frac{13.2}{x} \rightarrow x = \frac{13.2}{\cos 38.6^\circ} \approx 21.3$

Kateetti: $\tan 38.6^\circ = \frac{y}{13.2} \rightarrow y = 13.2 \cdot \tan 38.6^\circ \approx 16.7$

Polynomit:

Yhtälön ratkaiseminen numeerisesti:

- Tehtävä:
- Piirrä laskimella funktion $f(x) = x^3 - x - 1$ kuvaaja.
 - Piirrä laskimella funktion f derivaattafunktion f' kuvaaja.
 - Määritä funktion $f(x)$ nollakohta Newtonin menetelmällä.

Ratkaisu:

- c) Laskinohje:** $f(x) = x^3 - x - 1$ Määritellään funktio.
 $f'(x) = \frac{d}{dx}(f(x))$ Määritellään derivaattafunktio.
- $5 \rightarrow x$ Syötetään alkuarvaus.
- $x - \frac{f(x)}{f'(x)} \mid x - \text{ans}$ Näpytä enteriä, kunnes arvo jämähtää.

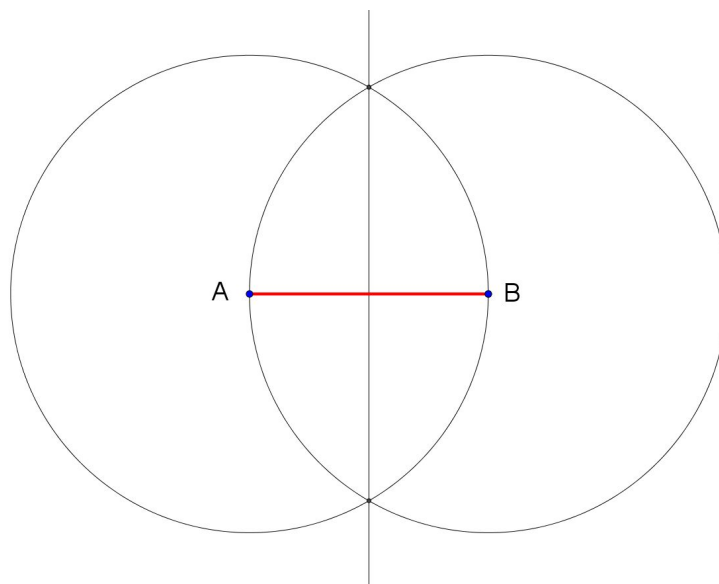
Ei käytetä laskinohjelmistoa

Geometria:

Harppiirrosten tehtävät:

Tehtävä: Jaa harpilla ja viivaimella annettu jana kahteen keskenään yhtä pitkään osaan.

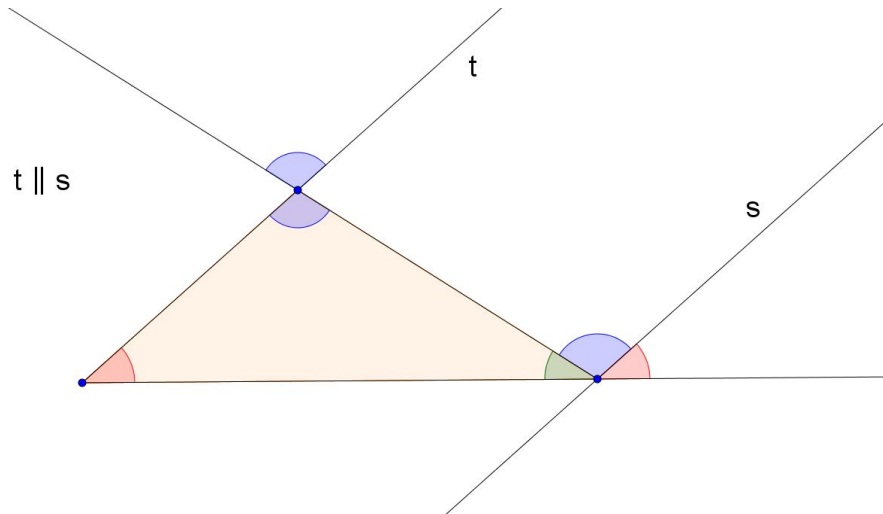
Ratkaisu:



”Osoita että...” -tehtävät:

Tehtävä: Osoita, että kolmion kulmien summa on yhtä suuri kuin oikokulma.

Ratkaisu:



Jatketaan janoja kolmion kärjistä ja piirretään suoran t kanssa yhdensuuntainen suora s kulkemaan pisteen P kautta.

- | | |
|-------------------------|--|
| Punaiset kulmat: | Samankohtaiset ja koska $t \parallel s$, niin kulmat ovat yhtä suuret. |
| Siniset kulmat: | Ristikulmat ovat samansuuruiset ja koska ylempi sininen kulma on samankohtainen alemman sinisen kulman kanssa ja $t \parallel s$, niin kulmat ovat yhtä suuret. |
| Vihreäkulma: | Sekä kolmion kulma että osa oikokulmasta. |

tehtävä 5:

Pohdi, mitä mahdollisuuksia teknisten apuvälineiden käyttö tuo matematiikan oppimiseen ja opetukseen.

Mahdollisuuksia opetukseen:

- flipped classroom
- tiedonhaku on nopeampaa ja järjestelmällisempää
- VR ja sen avulla esimerkiksi kappaleiden tutkiminen tai kummallisella pinnalla kävelyä
- konekoheet ja automaattisesti itsensä tarkastavat tehtävät
- powerpoint diat
- interaktiiviset kyselyt tunnilla
- Animaatiot

Mahdollisuuksia oppimiseen:

- pelillinen oppiminen mieluista ja koukuttavaa
- mahdollisuus erilaisten matemaattisten käsitteiden tarkasteluun/rakentamiseen visuaalisten ohjelmistojen avulla sekä ohjelmoinnin kautta. Esimerkiksi funktioiden kuvaajien muodostamista ja tutkimista.
- Esitelmien valmisteluun mielenkiintoa
- Tehtäviin monipuolisuutta

Yleisiä mahdollisuuksia:

- Kouluissa omat ohjelmistosuunnittelijat, jotka voi räätälöidä oppilaille ja opettajille oppimiseen ja opetukseen soveltuvia ohjelmistoja joiden päivitys ja muokkaus olisi nopeaa.
- opetus ja oppiminen voi parhaimmassa tapauksessa kiihtyä joissakin osa-alueissa jolloin aikaa jää enemmän tiedon syventämiseen ja asioihin joiden oppiminen vie enemmän aikaa.

tehtävä 6:

Pohdi, mitä haasteita teknisten apuvälineiden käyttö tuo matematiikan oppimiseen ja opetukseen.

Teknisten apuvälineiden käytön tuomat haasteet matematiikan opetuksessa

- opettajien täytyy opetella teknisten apuvälineiden käyttö (uudelleen koulutustautuminen)
- teknisten ongelmien tuomat haasteet
- koulujen resurssierojen vaikutus opetukseen lisäänty?

Teknisten apuvälineiden käytön tuomat haasteet matematiikan oppimisessa

- teknisten apuvälineiden käytön opettelu vie aikaa pois matematiikan oppimisesta
- manuaalinen laskeminen heikkenee tai unohtuu?
- matematiikan oppimisesta tulee enemmän välineriippuvaista