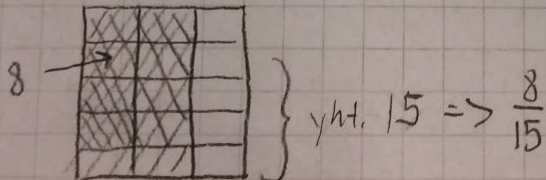
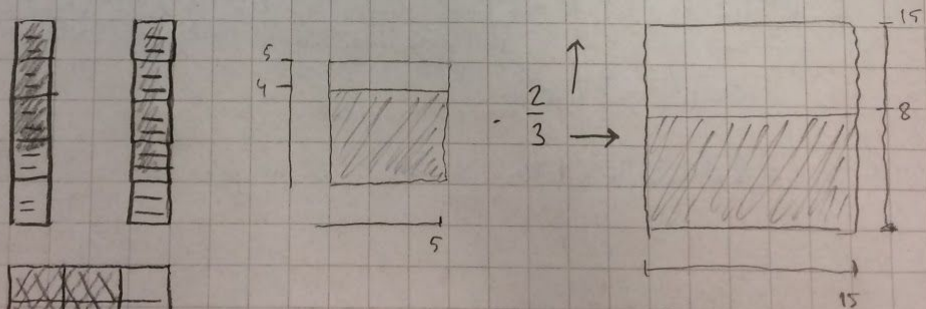
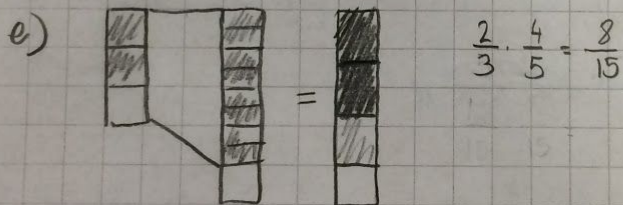
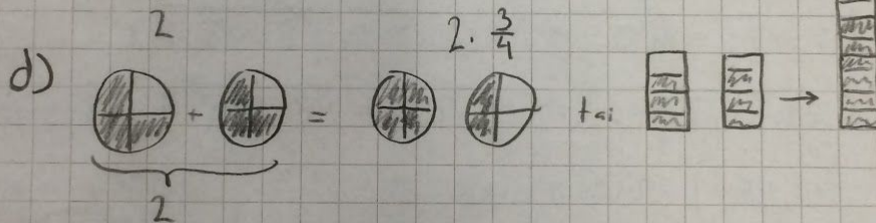
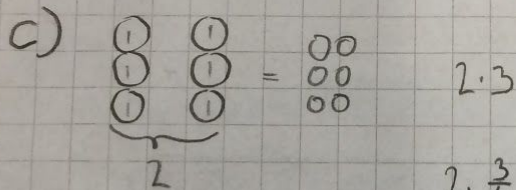
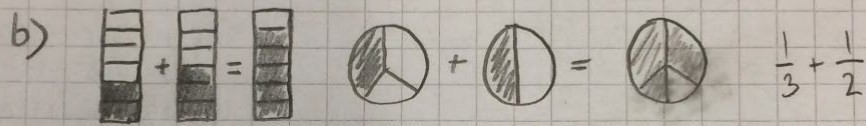
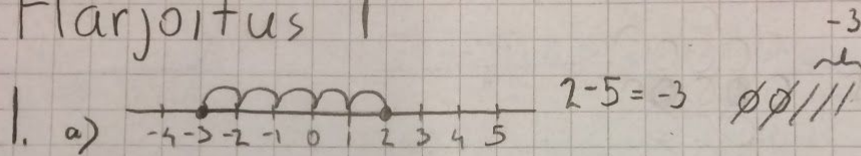


Lukiomatematiikka, harjoitustehtävä 1

Tehtävä 1.

Harjoitus 1



Tehtävä 2. (Tomi)

$$\begin{aligned}3x^2 &= 18x && | -18x \\3x^2 - 18x &= 0 && | :3 \\x^2 - 6x &= 0 \\x(x-6) &= 0 \\ \text{tulon nollasääntö} \\x=0 & \text{ tai } x-6=0 \\ & x=6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}3x^2 - 18x &= 0 && | :3 \\x^2 - 6x &= 0 && | +9 \\x^2 - 6x + 9 &= 9 \\(x-3)^2 &= 9 && | \sqrt{} \\x-3 &= \pm 3 \\x &= 3 \pm 3 \\x=0 & \text{ tai } x=6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}3x^2 - 18x + 0 &= 0 \\x &= \frac{18 \pm \sqrt{(-18)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 0}}{2 \cdot 3} = \frac{18 \pm 18}{6} \\x &= \frac{36}{6} = 6 \quad \text{tai} \quad x = \frac{0}{6} = 0\end{aligned}$$

kun $x \neq 0$ $3x^2 = 18x \quad | :3x$
 $x = 6$

kun $x = 0$ $3 \cdot 0^2 = 18 \cdot 0$

ratkaisut $x=6$ tai $x=0$

x	$3x^2$	$18x$
-1	3	-18
0	0	0
1	3	18
2	12	36
3	27	54
4	48	72
5	75	90
6	108	108

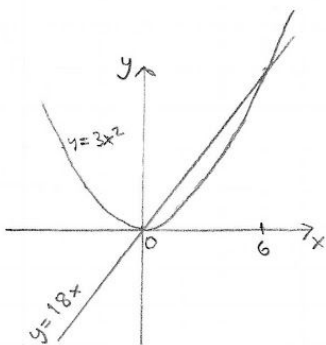
$$3x^2 = 18x, \text{ kun}$$

$$x=0 \text{ tai } x=6$$

$$\begin{aligned}
 x > 0 \quad & 3x^2 = 18x \quad | \ln \\
 & \ln(3x^2) = \ln(18x) \\
 & \ln 3 + \ln x^2 = \ln 18 + \ln x \\
 & \ln 3 + 2 \ln x = \ln 18 + \ln x \\
 & \ln x = \ln 18 - \ln 3 \\
 & \ln x = \ln \frac{18}{3} \\
 & \ln x = \ln 6 \\
 & \underline{x = 6}
 \end{aligned}$$

$$x=0 \quad 3 \cdot 0^2 = 18 \cdot 0$$

$$x < 0 \text{ mahdoton} \quad 18x < 0, \quad 3x^2 > 0$$



kuvan perusteella (laskimella, käsin jne.)
näyttäisi leikkaavan kohdissa
 $x=0$ ja $x=6$

tarkistus:

$$3 \cdot 0^2 = 18 \cdot 0$$

$$0 = 0$$

$$3 \cdot 6^2 = 18 \cdot 6$$

$$108 = 108$$

joten $3x^2 = 18x$, kun $x=0$ tai $x=6$

$$f(x) = 3x^2 - 18x$$

$$f'(x) = 6x - 18$$

Newtonin menetelmä $f(x) = 0$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

valitaan alkuarvot	$x_0 = -10$	$x_0 = 10$
	$x_1 \approx -3,85$	$x_1 \approx 7,14$
	$x_2 \approx -1,08$	$x_2 \approx 6,16$
	$x_3 \approx -0,14$	$x_3 \approx 6,00$
	\vdots	$x_4 \approx 6,00$
	$x_8 \approx 0$	

$$3x^2 = 18x \quad | :3$$

$$x^2 = 6x \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x = \pm \sqrt{6x}$$

kiintopistemenetelmä $x = g(x)$

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

alkuarvolla $x_0 = 3$

$$x_1 \approx 5,05$$

$$x_2 \approx 5,50$$

\vdots

$$x_8 \approx 5,99$$

$$x_9 \approx 6$$

$$x_{10} \approx 6$$

negatiivista alkuarvoa ei voida valita ($x = \sqrt{6x}$),
jos valitaan alkuarvo $x_0 = 0$ saadaan $\sqrt{6 \cdot 0} = 0$

joitten ratkaisut $x = 0$ tai $x = 6$

Tehtävä 3. (Saara)

Os. $\sqrt{8-4\sqrt{3}} = \sqrt{6}-\sqrt{2}$

$\sqrt{a} = b \iff a = b^2 \quad \text{ja} \quad b \geq 0$

$(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2 = \sqrt{6}^2 - 2\sqrt{6}\sqrt{2} + \sqrt{2}^2 = 6 - 2\sqrt{4 \cdot 3} + 2$

$= 8 - 2 \cdot 2\sqrt{3} = 8 - 4\sqrt{3} \quad \square$

$\sqrt{6}-\sqrt{2} > 0$

toinen tapa:

$$\begin{aligned} \sqrt{6}-\sqrt{2} &= \sqrt{2}\sqrt{3}-\sqrt{2} = \sqrt{2}(\sqrt{3}-1) = \sqrt{(\sqrt{2}(\sqrt{3}-1))^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2(\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt{2(3-2\sqrt{3}+1)} \\ &= \sqrt{2(4-2\sqrt{3})} = \sqrt{8-4\sqrt{3}} \end{aligned}$$

Tehtävä 4. (Oskar)

$$x_0 = 1\,500\,000$$

$$a = 1,05$$

$$y = 20\,000$$

$$x_1 = x_0 \cdot a - y$$

$$x_2 = x_1 \cdot a - y = (x_0 \cdot a - y) \cdot a - y = x_0 a^2 - ya - y$$

$$x_3 = x_2 \cdot a - y = (x_0 a^2 - ya - y) \cdot a - y = x_0 a^3 - ya^2 - ya - y$$

⋮

$$x_n = x_{n-1} \cdot a - y = x_0 a^n - ya^{n-1} - \dots - ya^{n-(n-1)} - y$$

$$2017 = x_0$$

$$2018 = x_1$$

⋮

$$2025 = x_8$$

$$x_8 = 2\,025\,200,988 \text{ euroa (vuoden 2025 alussa)}$$

Haluttiin vuoden 2025 lopussa korkojen lisäyksen jälkeen, eli lisätään korku a

$$X = x_8 a$$

$$= 2\,126\,461,038 \text{ euroa}$$

$$\approx \underline{\underline{\underline{2\,100\,000 \text{ euroa}}}}$$

Tehtävä 5. (Jenna)

5. Ratkaise yhtälö $\sqrt{x+1} = x-5$

$$\begin{aligned}\sqrt{x+1} &= x-5 && x-5 \geq 0 \\ x+1 &= (x-5)^2 && x \geq 5 \\ x+1 &= x^2 - 10x + 25 \\ x^2 - 11x + 24 &= 0\end{aligned}$$
$$x = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 24}}{2 \cdot 1}$$
$$x = \frac{11 \pm 5}{2}$$
$$x = \frac{16}{2} = 8 \quad \text{tai} \quad x = \frac{6}{2} = 3 < 5, \text{ joten } x=3 \text{ ei ole ratk.}$$

4/6

$$\left(\begin{array}{l} \sqrt{8+1} = 8-5 \\ \sqrt{9} = 3 \\ 3 = 3 \end{array} \right) \text{ Tarkistus}$$

Vastaus: Yhtälön ratkaisu on $x=8$.

Pisteitysehdotus:

4/6

neliöönkorotusehdon unohtamisesta (Saara)

ja

virhe vastauksessa/vastauksen puutteellisuus (Jenna)

Tehtävä 6.(Elisa)

Ajatuksia lyhyen matematiikan tavoitteista ja kursseista

Tavoitteita:

- Matematiikasta apuväline jokapäiväiseen elämään. Erikseen mainittu kuvioden, kaavojen ja mallien käyttö ajattelun apuna ja viestimien tarjoaman matemaattisen informaation analysointi.
- Myönteiset oppimiskokemukset matematiikasta ja luottaminen omiin kykyihin ja rohkaistuminen kokeilevaan ja tutkivaan oppimiseen
- Ymmärrys matemaattisen tiedon luonteesta ja sen loogisesta rakenteesta.

Ajatuksia tavoitteista:

Korostetaan matematiikan käyttöä arkipäiväisissä asioissa. Matemaattista informaatiota joutuu analysoimaan normaalissa arkielämässä yhä enemmän. Onkin hyvä, että se on nostettu tavoitteisiin. Tässä varmaan auttaa myös matemaattisen tiedon luonteen ymmärtäminen.

Kurssit:

1.Yhteinen kurssi

Aika vaikeita sisältöjä. Esimerkiksi logaritmi, rekursiivinen lukujono ja aritmeettinen jono ja summa. Riippuu varmaan opettajasta ja käsittelytavasta, säilyykö/ syttyykö kiinnostus matematiikkaa kohtaan. Toivottavasti ketään ei lannisteta alkuunsa. Arviointi on myös hankalaa, koska vaikuttaa kokonaisarvosanaan.

2.Lausekkeet ja yhtälöt

Tavoitteissa mainittu ongelmien muotoileminen yhtälöiksi. Muussa kuin matematiikassakin tarpeellinen taito (jos ei aivan yhtälöksi asti muotoileminen, niin joka tapauksessa ongelman sanoittaminen ja konkretisoiminen).

3.Geometria

Pitkästi peruskoulun sisältöjen kertausta. Geometrian tarpeellisuus arkipäivässä varmaan helppoa perustella.

4.Matemaattisia malleja

Käytännöllisiä tavoitteita; ennusteiden tekemistä, mallien käyttökelpoisuuden arviointia ja reaali maailman riippuvuuksien havaitsemista. Kuinka tämä konkretia toteutuu kurssissa?

5. ja 8. Tilastot ja todennäköisyys I ja (II syventävä)

Tilastoja tarvitaan useissa jatko-opinnoissa. Ja vaikka ei tarvitsisikaan niin jokapäiväisessä elämässä on kuitenkin hyvä osata tulkita erilaisia tilastoja.

6.Talousmatematiikka

Hyödyllinen kurssi, jonka tarpeellisuus on varmaan helppo perustella opiskelijoille. Pitkästä matematiikasta tämä kurssi puuttuu, mutta sisältöjä käsitellään osin muissa kursseissa.

7. Matemaattinen analyysi (syventävä)

Paikallaan syventävänä kurssina. En koe tarpeelliseksi kaikille opiskelijoille.

