

1. Erään säätiön rahasto kasvaa korkoa vuosittain 5 % ja aina vuoden alussa säätiö lahjoittaa 20 000 euroa pois. Kuinka suuri rahaston arvo on vuoden 2025 lopussa korkojen lisäyksen jälkeen, kun vuoden 2017 alussa lahjoitusten jälkeen rahaston arvo on 1,5 miljoonaa euroa?

Ratkaisu: Tarkastellaan tilillä olevaa rahamäärää aina vuoden alussa. Tällöin tulee selvittää v. 2026 alun rahamäärä ja lisätä siihen 20 000 (euroa), koska kyseistä lahjoitusta ei tehdä v. 2025 loppuun mennessä.

Merkitään v. 2017 alun rahamäärää lahjoitusten jälkeen

$$a_1 = 1500000.$$

Vuoden 2018 alun rahamäärä saadaan, kun kerrotaan v. 2017 alun rahaston arvo prosenttikertoimella 1,05 ja vähennetään tästä lahjoitus 20000. Saadaan

$$a_2 = 1,05a_1 - 20000 = 1,05 \cdot 1500000 - 20000 = 1555000.$$

Seuraavan vuoden alussa tämä rahamäärä on taas kasvanut 1,05-kertaiseksi, jonka jälkeen lahjoitus 20000 on otettu pois. Siis v. 2019 alussa rahamäärä on

$$a_3 = 1,05a_2 - 20000.$$

Samalla periaatteella saadaan v. 2020 alun rahamäärä ja näin ollen huomataan, että rahamäärät vuoden alussa muodostavat rekursiivisen jonon, jonka kaava on

$$\begin{cases} a_1 = 1500000 \\ a_n = 1,05a_{n-1} - 20000, \quad n \geq 2. \end{cases}$$

Selvitettävä v. 2026 alun rahamäärä on a_{10} . Luetteloidaan jonon jäsenet a_1, a_2, \dots, a_{10} .

$$\begin{aligned} a_1 &= 1500000 \\ a_2 &= 1555000 \\ a_3 &= 1,61275 \dots \cdot 10^6 \\ a_4 &= 1,67339 \dots \cdot 10^6 \\ a_5 &= 1,73706 \dots \cdot 10^6 \\ a_6 &= 1,80391 \dots \cdot 10^6 \\ a_7 &= 1,87411 \dots \cdot 10^6 \\ a_8 &= 1,94781 \dots \cdot 10^6 \\ a_9 &= 2,0252 \dots \cdot 10^6 \\ a_{10} &= 2,10646 \dots \cdot 10^6. \end{aligned}$$

Vuoden 2026 alussa rahaston arvo on siis $2,10646 \dots \cdot 10^6$ euroa, joten vuoden 2025 lopussa rahaston arvo on

$$2,10646 \dots \cdot 10^6 + 20000 = 2,12646 \dots \cdot 10^6 \approx 2126000 \text{ (euroa)}.$$

Vastaus: Rahaston arvo vuoden 2025 lopussa on 2126000 euroa.