TEHTÄVÄ 4

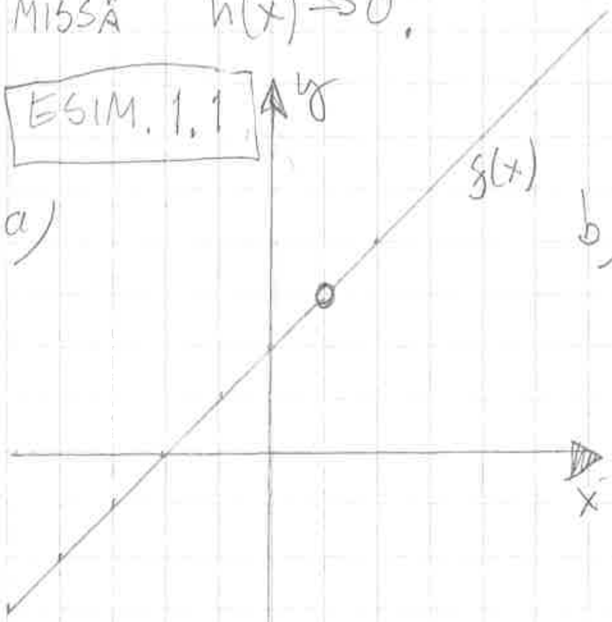
TEHTÄVÄSSÄ HALUTTIIN TUTKIA MUOTOA $f(x) = \dfrac{g(x)}{h(x)}$ OLEVIA FUNKTIOITA JA NIIDEN RAJA-ARVOJA SELLAISISSA KOHDISSA, MISSÄ $h(x) = 0$. TARKASTELLAAN KOLMEA ERI TAPAUSTA.

TAPAUS 1 FUNKTIOLLA ON RAJA-ARVO, KUN $h(x) \to 0$.

TÄLLAISELLA FUNKTIOLLA ON OLTAVA SAMAT OIKEAN- ETTÄ VASEMMANPUOLEISET RAJA-ARVOT SIINÄ PISTEESSÄ MISSÄ $h(x) \to 0$.

ESIM. 1.1

a)



b) $f(x) = \dfrac{x^2 + x - 2}{(x-1)} = \dfrac{(x-1)(x+2)}{(x-1)}$

$x \in \mathbb{R},\ x \neq 1$

Nyt $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = \lim\limits_{x \to 1} (x+2) = 3$

ja selvästi $\lim\limits_{x \to 1+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1-} f(x)$

ESIM. 1.2

a)

b) $f(x) = \dfrac{x^3 - 3x - 2}{(x-2)}$

$f(x) = \dfrac{(x-2)(x+1)^2}{(x-2)}$ $x \in \mathbb{R},\ x \neq 2$

$\lim\limits_{x \to 2} f(x) = \lim\limits_{x \to 2} (x+1)^2 = 9$

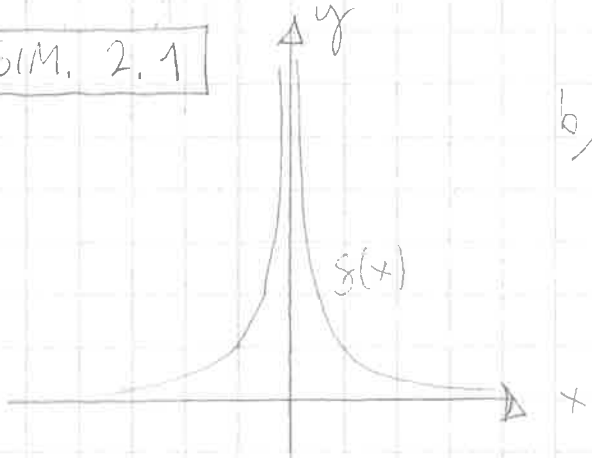
ja $\lim\limits_{x \to 2+} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^-} f(x)$

TAPAUS 2. EPÄOLEELLINEN RAJA-ARVO

FUNKTIOLLA ON RAJA-ARVONA $+\infty$ TAI $-\infty$, KUN $h(x) \to 0$.
OIKEAN- JA VASEMMANPUOLEISET RAJA-ARVOT OVAT SAMAT.

ESIM. 2.1

a)

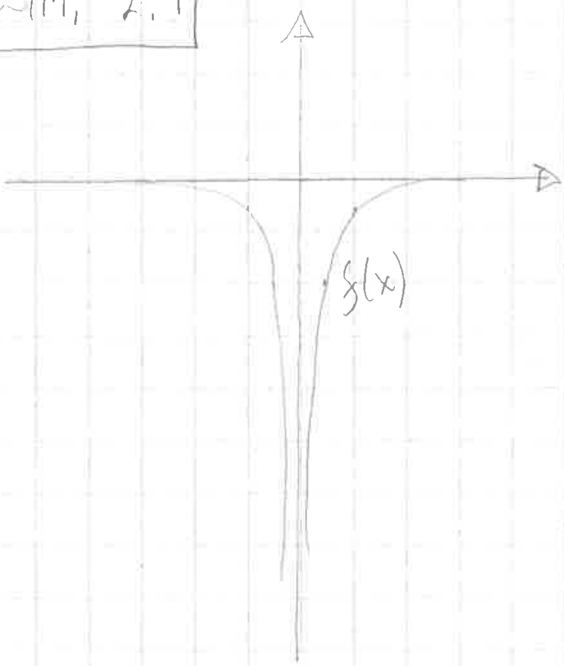


b) $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 0$

$$\lim_{x \to 0+} f(x) = \lim_{x \to 0-} f(x)$$
$$= \frac{1}{0 \cdot 0} = \infty$$

ESIM. 2.1

a)



b) $f(x) = -\frac{1}{2x^2}$, $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 0$

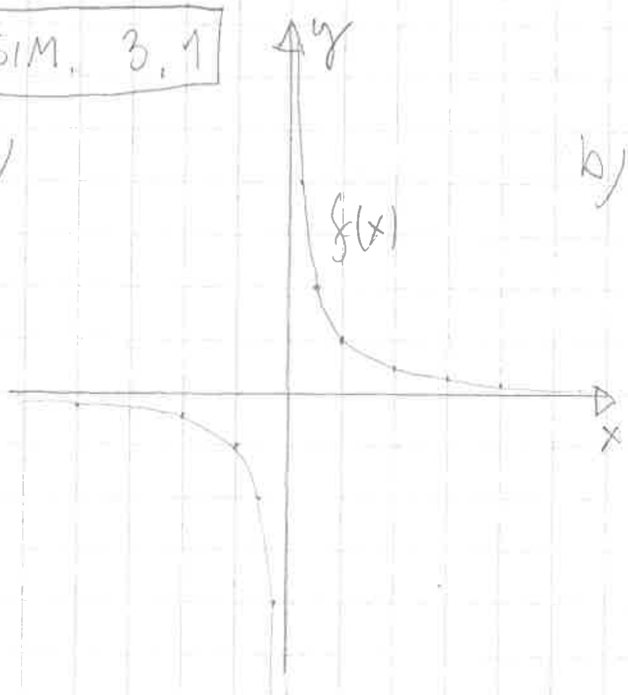
$$\lim_{x \to 0+} f(x) = \lim_{x \to 0-} f(x)$$
$$= -\frac{1}{2 \cdot 0 \cdot 0} = -\infty$$

TAPAUS 3.

FUNKTIOLLA EI OLE RAJA-ARVOA KUN $h(x) \to 0$. TÄLLÖIN OIKEAN- JA VASEMMANPUOLEISET RAJA-ARVOT OVAT ERISUURET.

ESIM. 3.1

a)



b) $f(x) = \frac{1}{x}$, $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 0$

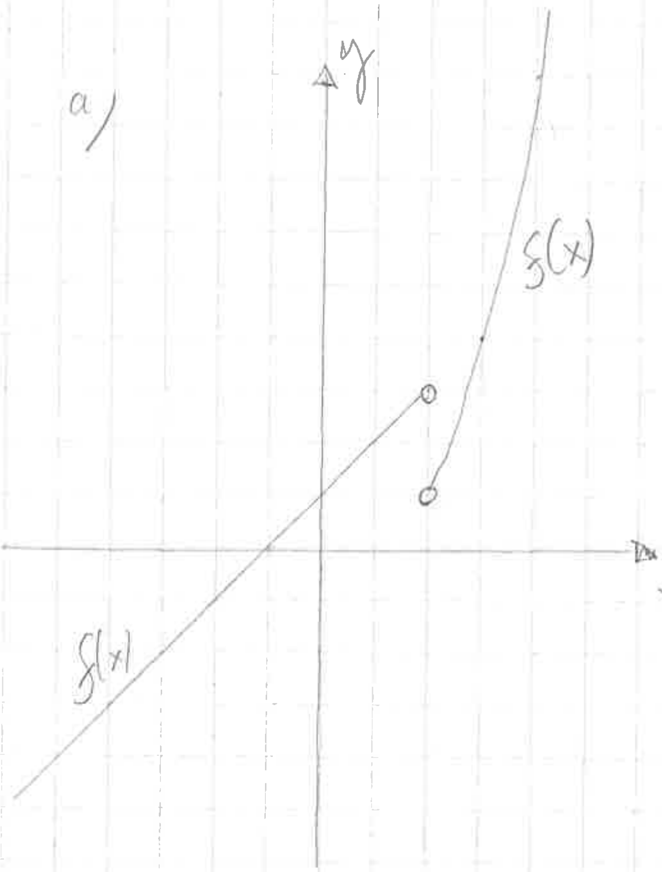
$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x} = \infty$$

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$$

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) \neq \lim_{x \to 0^-} f(x)$$

ESIM. 3.2

a)



b) $$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - x + 2}{(x-2)}, & \text{kun } x < 2 \\ \dfrac{x^3 - 4x^2 + 3x - 2}{(x-2)}, & \text{kun } x > 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \to 2_+} f(x) = \lim_{x \to 2_+} \frac{(x-2)(x-1)^2}{(x-2)} = 1$$

$$\lim_{x \to 2_-} f(x) = \lim_{x \to 2_-} \frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)} = 3$$

$$\lim_{x \to 2^+} f(x) \neq \lim_{x \to 2^-} f(x)$$