

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Geometria 2017

Harjoitus 9

27.3. alkavalle viikolle

Näissä harjoituksissa askarrellaan trigonometrinen funktioitten parissa. Moni tehtävä liittyy sinin ja kosinin yhteenlaskukaavoihin. Yhtälönratkaisu-tehtävissä on tarkoitus työskennellä ”perinteiseen tapaan” kynällä ja paperilla ja tarvittaessa käyttää laskinta vain vastauksen lukuarvon määrittämisessä. Mutta jos sinulla on käytössä CAS-laskin tai vastaava tietokoneohjelma, niin kokeile myös niiden käyttöä.

1. Laske $\sin 15^\circ$. Tarkka arvo! Vihje: sovelta sinin ja kosinin yhteenlaskukaavoja ja ratkaise $\sin 15^\circ$ ja $\cos 15^\circ$.

2. Ratkaise yhtälö $\sin 3x = \cos x$.

3. Kevään 2012 pitkän matematiikan ylioppilaskokeen tehtävä 10.

4. Johda yhtälö $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$

5. Johda sinin ja kosinin yhteenlaskukaavojen avulla yhtälö

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}.$$

6. Ratkaise yhtälö $2 \sin x - 6 \cos x = 1$ merkitsemällä ensin

$$2 = r \sin \phi,$$

$$-6 = r \cos \phi,$$

ja ratkaisemalla r ja ϕ yhtälöistä

$$\tan \phi = \left(\frac{2}{-6} \right) = -\frac{1}{3} \text{ ja } r = \frac{2}{\sin \phi}.$$

Sovella sitten yhteenlaskukaavoja.