

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Geometria 2017

Harjoitus 4

13.2. alkavalle viikolle

Näissä harjoituksissa jatketaan ”perusgeometriaa”. Kahdessa ensimmäisessä tehtävässä käytetään homotetiaa koskevia tietoja harppi-viivain konstruktioiden yhteydessä. Lisäksi kurkotellaan jo muillekin geometrian aloille.

1. Miten annetun ympyrän sisälle voi harpilla ja viivaimella piirtää kolmion, joka on annetun kolmion kanssa yhdenmuotoinen? (Piirretyn kolmion kärjet ovat siis ympyrän kehällä.) Huolellinen perustelu!

2. Miten voi piirtää ympyrän, joka sivuaa annetun terävän kulman kylkiä ja kulkee annetun tämän kulman aukeamassa olevan pisteen kautta? Huolellinen perustelu!

3. Oletetaan, että $ABCD$ on nelikulmio. Merkitään sen sivujen keskipisteitä P , Q , R ja S (niin, että P on sivulla AB , Q on sivulla BC , jne.) Osoita yhdenmuotoisten kolmioiden avulla, että nelikulmio $PQRS$ on suunnikas.

4. Palauta mieleen, miten vektoreita (ilman koordinaatteja) voi käyttää geometristen väitteiden todistamisessa. Todista edellisen tehtävän väite vektorien avulla.

5. Määritä niiden paraabelin $y = x^2$ tangenttien yhtälöt, jotka kulkevat pisteen $(3, 1)$ kautta. Huomaa, että paraabelin tangentti on suora, jolla on täsmälleen yksi yhteinen piste paraabelin kanssa.

6. Tarkastellaan suoraa ympyräpohjaista kartiota, jonka pohjan säde on r ja jonka korkeus on h . Johda lauseke kartion tilavuudelle integraalilaskennan avulla.