

**MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS**  
**Geometria 2017**  
**Harjoitus 2**  
**30.1. alkavalle viikolle**

Näissä harjoituksissa jatketaan ”perusgeometriaa” ja harjoitellaan mm. yhdenmuotoisia kolmioita sekä sini- ja kosinilauseitten käyttöä.

**1.** Taso leikkaa kuution avaruuslävistäjän (siis janan) sen keskipisteessä ja on kohtisuorassa avaruuslävistäjää vastaan. Tällöin tasosta jää kuution sisään säännöllisen kuusikulmion muotoinen kappale. Laske kappaleen ala kun kuution särmän pituus on  $a$ .

**2.** Tähtiharrastaja katsoo tähtitaivasta kahden kerrostalon välissä. Talojen korkeudet ovat 39 m ja 26 m ja talojen välinen etäisyys on 50 m. Kuinka kaukana korkeammasta talosta avautuu taivaalle sellainen kulman  $\alpha$  suuruinen näkymä, että kulman  $\alpha$  puolittaja on pystysuora.

**3.** (a) Todista sinilauseen avulla seuraava tulos. Kolmion kahden sivun pituuksien suhde on yhtä suuri kuin näiden sivujen vastaisten kulmien sinien suhde.

(b) Todista kulmanpuolittajalause (a)-kohdan tuloksen avulla.

**4.** Kolmion sivujen pituudet ovat 4, 6 ja 7. Laske kolmion alan tarkka arvo

(a) Pythagoraan lauseen avulla,

(b) sini ja kosinilauseiden avulla.

**5.** Tutki Väisälän kirjaa (linkitetty kurssin kotisivulle) sivuilta 122 - 125 ja johda kirjan esityksen avulla Heronin kaava. Laske lopuksi tehtävän 4 kolmion ala Heronin kaavan avulla.

**6.** Kulmien  $\alpha$ ,  $\beta$  ja  $\gamma$  kärjet ovat pisteissä  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$  ja  $(2, 0)$ . Jokaisen toinen kylki on  $x$ -akselilla ja toinen kylki kulkee pisteen  $(3, 1)$  kautta. Osoita, että  $\alpha + \beta = \gamma$ . Osaatko ratkaista tehtävän yhdemuotoisten kolmioiden avulla? Piirrä kuva!