

*Tuloksia kertaustehtäviin, olkaa hyvä.*

## Tulokset

1. a)  $\left( \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} e^{-14t}, \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} e^{-7t} \right)$

b)  $\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} e^{-14t} + \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} e^{-7t}$

c)  $\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \frac{7}{20}e^t \\ \frac{1}{20}e^t \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} e^{-14t} + c_2 \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} e^{-7t}$

2. a)  $\left( \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} e^{4t}, \left( \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \end{bmatrix} \right) e^{4t} \right)$

b)  $\mathbf{x}(t) = 3 \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} e^{4t} + 5 \left( \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \end{bmatrix} \right) e^{4t}$

c)  $\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} -\frac{7}{4}t \\ \frac{3}{4}t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} e^{4t} + c_2 \left( \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \end{bmatrix} \right) e^{4t}$

3. a)  $\left( e^{-t} \left( \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \cos(10t) - \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} \sin(10t) \right), e^{-t} \left( \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} \cos(10t) + \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \sin(10t) \right) \right)$

b)  $\mathbf{x}(t) = \frac{3}{4}e^{-t} \left( \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \cos(10t) - \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} \sin(10t) \right) - \frac{1}{20}e^{-t} \left( \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} \cos(10t) + \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \sin(10t) \right)$

c)  $\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} + c_1 e^{-t} \left( \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \cos(10t) - \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} \sin(10t) \right) + c_2 e^{-t} \left( \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} \cos(10t) + \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \sin(10t) \right)$

4. a)  $\left( \begin{bmatrix} -1 \\ 6 \end{bmatrix} e^{-2t}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} e^{5t} \right)$

b)  $\mathbf{x}(t) = -\frac{2}{7} \begin{bmatrix} -1 \\ 6 \end{bmatrix} e^{-2t} + \frac{26}{7} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} e^{5t}$

c) origo on epästabiili (satulapiste), sillä toinen ominaisarvo on positiivinen ja toinen negatiivinen

5. a)  $\left( \left( \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \cos(10t) - \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} \sin(10t) \right), \left( \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} \cos(10t) + \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \sin(10t) \right) \right)$

b)  $\mathbf{x}(t) = \frac{1}{2} \left( \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \cos(10t) - \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} \sin(10t) \right) - \frac{1}{2} \left( \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} \cos(10t) + \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \sin(10t) \right)$

c) origo on stabiili (keskus), sillä ominaisarvot ovat puhtaasti imaginäärisiä

6. Kriittiset pisteet:  $(5, 7)$  ja suora  $x = -3$

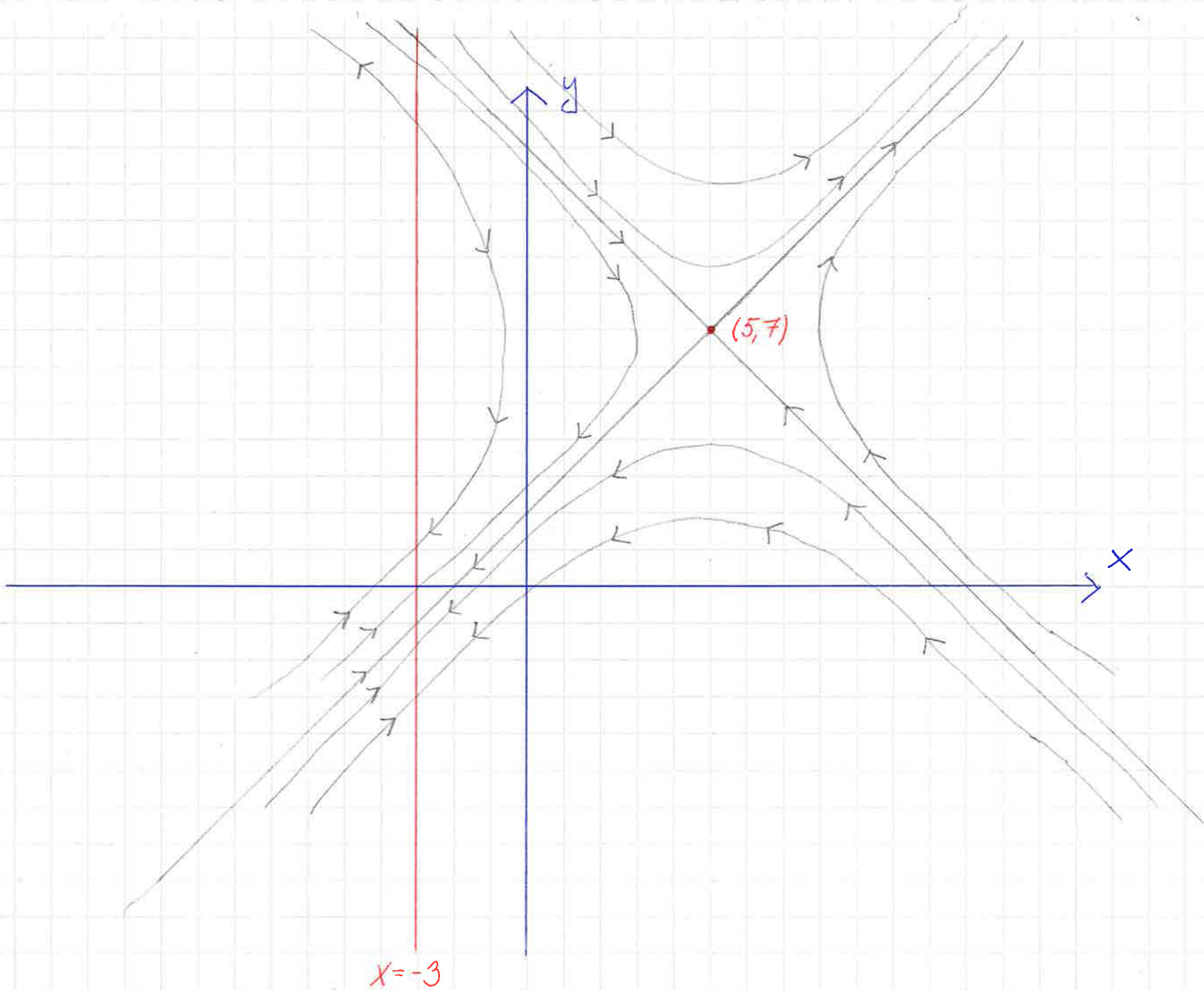
Radat: hyperpelit  $(y - 7)^2 - (x - 5)^2 = C, \quad C \in \mathbb{R}$

Kuva seuraavalla sivulla

7. Kriittiset pisteet:  $(1, -1)$  ja suora  $y = 7$

Radat: ympyrät  $(y + 1)^2 + (1 - x)^2 = C, \quad C \geq 0$

Kuva viimeisellä sivulla



$x = -3$

$(5, 7)$

