

**HY / Matematiikan ja tilastotieteen laitos**  
**Differentiaaliyhtälöt II, kevät 2017**  
**Harjoitus 5**

*Seuraavat tehtävät käsitellään laskuharjoituksissa 26. ja 28.4.2017.*

1. Vastaa Ratkomo- ja kisälliohjaukseen liittyvään kyselyyn osoitteessa: <https://elomake.helsinki.fi/lomakkeet/78559/lomake.html>

Tutkimuksen avulla kehitetään ohjausta palvelemaan paremmin opiskelijoiden tarpeita. **Kurssin pisteytyksessä kyselyyn osallistuminen antaa yhden (1) lisäpisteen.**

2. Määrää seuraavan autonomisen systeemin kriittiset pisteet, ratakäyrät ja luonnostelevan systeemin aikakehitys:

$$\begin{cases} x'(t) = (x(t) + 1)(y(t) - 2) \\ y'(t) = x(t)^2 - x(t) - 2 \end{cases}$$

3. Määrää seuraavan autonomisen systeemin kriittiset pisteet, ratakäyrät ja luonnostelevan systeemin aikakehitys:

$$\begin{cases} x'(t) = -8y(t) \\ y'(t) = 18x(t) \end{cases}$$

4. Määrää seuraavan autonomisen systeemin kriittiset pisteet, ratakäyrät ja luonnostelevan systeemin aikakehitys:

$$\begin{cases} x'(t) = (x(t) - 4)(1 - y(t)) \\ y'(t) = (x(t) + 1)(x(t) - 4) \end{cases}$$

5. Ratkaise alkuarvotehtävä

$$\mathbf{x}'(t) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} t \\ e^{2t} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

6. Määrää seuraavan autonomisen systeemin kriittiset pisteet ja ratakäyrät:

$$\begin{cases} x'(t) = x(t)^2 \\ y'(t) = x(t)^2 + y(t)^2 + x(t)y(t) \end{cases}$$

7. a) Etsi systeemin

$$\mathbf{x}'(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t)$$

perusjärjestelmä.

- b) Määrää neljä ensimmäistä Picardin iteraation termiä alkuarvo-ongelmalle

$$\mathbf{x}'(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t), \quad \mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

[Picardin iteraation termit määrätään systeemeille samalla tavalla kuin yhtälöiden tapauksessa – nyt iteraation termit ovat vain vektoriarvoisia funktioita.]