

HY / Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Differentiaaliyhtälöt I, kevät 2017
Harjoitus 2

Seuraavat tehtävät käsitellään laskuharjoituksissa 1.–3.2.2017.

1. Laske funktion f osittaisderivaatat $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$ ja $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}$, kun

a) $f(x, y) = \frac{xy^2}{x^2y^3 + 1}$ b) $f(x, y) = e^{\sin(xy)} + \ln(1 + x^2y^2)$

2. Näytä, että yhtälö

$$y - 3x^2 + (x - 1)y' = 0$$

on eksakti ja ratkaise se.

3. Näytä, että yhtälö

$$\frac{1}{y} + \left(2y - \frac{x}{y^2}\right) y' = 0$$

on eksakti ja ratkaise se.

4. Näytä, että yhtälö

$$e^x(y - x) + (1 + e^x)y' = 0$$

on eksakti ja ratkaise se.

5. Etsi integroiva tekijä ja ratkaise differentiaaliyhtälö

$$3xy + y^2 + (x^2 + xy)y' = 0.$$

6. Harjoitusten 1 tehtävässä 6 osoitettiin, että differentiaaliyhtälö

$$y^2 + 2xy - x^2y' = 0$$

ei ole eksakti.

- a) Etsi vain y :stä riippuva integroiva tekijä $\mu(y)$ siten, että differentiaaliyhtälö

$$\mu(y) y^2 + \mu(y) 2xy - \mu(y) x^2y' = 0$$

on eksakti.

- b) Mikä on saadun eksaktin yhtälön implisiittinen ratkaisu?
c) Onko alkuperäinen yhtälö ekvivalentti eksaktin version kanssa eli onko molemmilla yhtälöillä samat ratkaisut?