

**HY / Matematiikan ja tilastotieteen laitos**

**Differentiaaliyhtälöt I, kevät 2017**

**Harjoitus 1**

*Seuraavat tehtävät käsitellään laskuharjoituksissa 25.–27.1.2017.*

1. Etsi differentiaaliyhtälön  $y''(x) - \cos x - 3 = 0$  yleinen ratkaisu. Mikä näistä ratkaisuista toteuttaa alkuarvo-ongelman  $y(0) = 1, y'(0) = 1$ ?
2. Todista epäsuorasti, että differentiaaliyhtälö  $y' = \sin(x + y)$  ei ole separoituva, eli kirjoita differentiaaliyhtälö muodossa  $y' = p(x)q(y)$  ja näytä, että tämä ei voi pitää paikkaansa kaikilla  $(x, y)$ , jotka kuuluvat funktion  $\sin(x + y)$  määrittelyjoukkoon  $\mathbb{R}^2$ .
3. Mikä on differentiaaliyhtälön  $y' = \frac{\sqrt{x}-1}{y^2}$  yleinen ratkaisu? Mikä ratkaisuista toteuttaa alkuarvo-ongelman  $y(0) = -1$ ?

4. Mikä on differentiaaliyhtälön yleinen ratkaisu?

$$\text{a) } y'(x) = 3x^2y(x) \quad \text{b) } y'(x) = 3x^2(1 + y(x)^2)$$

5. Mikä on differentiaaliyhtälön  $y' + y^2 = y$  yleinen ratkaisu?

6. Tutki ovatko seuraavat differentiaaliyhtälöt eksakteja joissakin alueissa. Jos yhtälö on eksakti, etsi implisiittinen ratkaisu.

$$\text{a) } y^2 + 2xy - x^2y' = 0 \quad \text{b) } 2xy + 3 + (x^2 - 1)y' = 0$$