

Algebra II

Helsingin yliopisto, matematiikan ja tilastotieteen laitos

Kevät 2017

Harjoitus – Laaja harjoitustehtävä 2

Palauta ratkaisusi Moodleen viimeistään to 4.5.

Jos tähtäät arvosanoihin 1–2, tee vähintään kohdat a) ja b). Jos tähtäät arvosanaan 3, tee myös kohta c). Jos tähtäät arvosanoihin 4–5, valitse kappaleeksi joko kuutio tai ikosaedri.

- a) Selitä omin sanoin, mikä rata-vakauttajalause on ja mitä hyötyä siitä on. Käytä vastauksessasi niin vähän matemaattisia symboleita kuin mahdollista.
- b) Valitse jokin seuraavista Platonin kappaleista ja määritä sen symmetriaryhmän alkiot käyttäen apuna rata-vakauttajalauseetta. Minkä tutun ryhmän kanssa symmetriaryhmä on isomorfinen? (Tässä symmetrioiksi lasketaan vain ne operaatiot, jotka saadaan aikaiseksi kappaleella rikkomatta. Toisin sanoen peilauksia ei oteta lukuun.)

Kohta (i) on helpoin ja kohta (iii) vaikein. Tee valintasi sen mukaan, kuinka paljon haastetta haluat.

(i) tetraedri

(ii) kuutio

(iii) ikosaedri

Johannalta saa välineitä, joista voi rakentaa Platonin kappaleita. Niiden avulla symmetrioiden hahmottaminen on helpompaa.

- c) Selvitä itsellesi, mikä on Burnsiden lemma (ratojenlaskentalause). Jatka sitten b)-kohdassa valitsemasi kappaleen tarkastelua. Kuinka monella eri tavalla kappaleen kärjet voidaan värittää kolmella eri värillä?