

## Algebra II

Helsingin yliopisto, matematiikan ja tilastotieteen laitos

Kevät 2017

### Harjoitus – Laaja harjoitustehtävä 1

Hei Palauta ratkaisusi ensimmäinen versio Moodleen viimeistään ke 15.3. Saat työstäsi sen jälkeen palautetta, ja voit korjata ratkaisuaasi.

Tee vähintään kohdat a)–b). Jos tähtäät arvosanoihin 4–5, tee myös kohdat c)–d).

- a) Tutki erilaisia universaalisuusominaisuuksia, joita kurssilla on ollut esillä. Huomaa, että myös ryhmien homomorfialause on universaalisuusominaisuus, vaikka sitä ei olekaan sanottu ääneen. Mikä universaalisuusominaisuuksille on yhteistä? Mikä niiden merkitys on? Millaisissa tilanteissa universaalisuusominaisuus on hyödyllinen? Kirjoita pohdintojesi nojalta omin sanoin essee universaalisuusominaisuuksista. (Maksimissaan 1 sivu.)
- b) Osoita, että jos moduleilla on yhtä mahtavat kannat, modulit ovat isomorfiset. Pyri tekemään tämä käyttäen pelkästään universaalisuusominaisuutta.
- c) Luvussa 5.2 käsitellään kokonaisalueen osamääräkuntaa. Keksi itse, millainen voisi olla osamääräkunnan universaalisuusominaisuus. Kerro nojautuen a)-kohtaan, miten keksit universaalisuusominaisuuden ja millä perusteella se on juuri sellainen kuin on.
- d) Todista c)-kohdassa keksimäsi osamääräkunnan universaalisuusominaisuus.