

Tariffiteorian laskuharjoitus 4, 17.2.2016

1. Määrää riskikollektiivin credibility-kerroin degeneroituneessa tapauksessa, missä

$$\mathbb{P}(\vartheta = v_0) = 1$$

eräälle $v_0 \in \mathbb{R}$. Perustele tuloksen mielekkyyttä.

2. Olkoon riskikollektiivissa rakennemuuttujan ϑ jakauma

$$\mathbb{P}(\vartheta = 1) = 0.5, \quad \mathbb{P}(\vartheta = 2) = 0.5.$$

Oletetaan, että vakuutetun vuotuisen kokonaisvahinkomäärän ehdollinen jakauma ehdolla $\vartheta = v$ on Poisson-jakauma parametrilla v . Yhtiö määrää vuoden kaksi vakuutusmaksun ehdollisena odotusarvona

$$P = \mathbb{E}(\mu(\vartheta)|X_1)$$

missä X_1 on vakuutetun ensimmäisen vuoden kokonaisvahinkomäärä ja

$$\mu(v) = \mathbb{E}(X_1|\vartheta = v).$$

Eräällä vakuutetulla $X_1 = 2$. Määrää vuoden 2 vakuutusmaksu.

3. Olkoon riskikollektiivi kuten tehtävässä 2. Yhtiö määrää vuoden kaksi vakuutusmaksun credibility-kaavan mukaisesti vuoden 1 havainnon perusteella. Erään vakuutetun ensimmäisen vuoden kokonaisvahinkomäärä oli $X_1 = 2$. Määrää vuoden 2 vakuutusmaksu.

4. Riskikollektiivissa kunkin kohteen vuotuinen kokonaisvahinkomäärä noudattaa yhdistettyä Poisson-jakaumaa siten, että Poisson-parametri ($= \lambda$) on sama kaikille kohteille. Olkoon Z ei-negatiivinen satunnaismuuttuja, jonka momentit $\mathbb{E}(Z) = a_1$ ja $\mathbb{E}(Z^2) = a_2$ ovat äärellisiä. Yksittäisen vahingon suuruus vaihtelee riskikollektiivissa siten, että riskiparametrin ϑ arvoa v vastaava yksittäisen vahingon suuruusjakauma on sama kuin muuttujan vZ jakauma. Oletetaan, että $\mathbb{P}(\vartheta > 0) = 1$. Olkoot $\mu_\vartheta = \mathbb{E}(\vartheta)$ ja $\sigma_\vartheta^2 = \text{Var}(\vartheta)$ äärellisiä. Yhtiö käyttää vakuutusmaksuna kahden edellisen vuoden havaittuihin kokonaisvahinkomääriin perustuvaa credibility-maksua. Määrää credibility-kerroin parametrien λ , μ_ϑ , σ_ϑ , a_1 ja a_2 avulla.

5. Riskikollektiivissa kunkin vakuutetun vuotuinen vahinkomäärä noudattaa yhdistettyä Poisson-jakaumaa siten, että yksittäisen vahingon suuruuden Z jakauma on sama kaikilla vakuutetuilla. Poisson-parametri vaihtelee siten, että riskiparametrin ϑ arvoa v vastaava Poisson-parametri on λv , missä $\lambda > 0$ on tunnettu vakio. Momentit $a_1 = \mathbb{E}(Z)$ ja $a_2 = \mathbb{E}(Z^2)$ ovat myös tunnettuja. Olkoon lisäksi, että $\mathbb{E}(\vartheta) = 1$ ja $\text{Var}(\vartheta) = \sigma^2(\vartheta)$ äärellinen.

Olkoot K_1 ja X_1 vakuutetun ensimmäisen vuoden vahinkojen lukumäärä ja kokonaisvahinkomäärä sekä $\mu(\vartheta) = \mathbb{E}(X_1|\vartheta)$. Määrää ensimmäisen vuoden vahinkojen lukumäärään perustuva credibility-maksu. Toisin sanoen on määrättävä vakiot a ja b siten, että keskine-
liöpoikkeama

$$\mathbb{E}([\mu(\vartheta) - (a + bK_1)]^2)$$

minimoituu.