Tariffiteorian laskuharjoitus 3, 10.2.2016

1. Skootterivakuutuksessa tariffitekijät ovat asuinalue (tariffitekijä A1), skootterin teho (tariffitekijä A2) ja omistajan sukupuoli (tariffitekijä A3). Kullakin tariffitekijällä on kaksi arvoa 1 ja 2. Vakuutusmaksujen määräämisessä nojaudutaan seuraaviin havaintoihin.

	$A1 = 1$	$A1 = 2$			$A1 = 1$	$A1 = 2$
	100	200	XXXXX		100	300
$A2 = 1$	0.1	0.15	XXXXX	$A2 = 1$	0.2	0.3
	200	300	XXXXX		100	200
$A2 = 2$	0.1	0.2	XXXXX	$A2 = 2$	0.3	0.4

Vasempaan osaan taulukosta on koottu tariffitekijän A3 arvoa 1 ja oikeaan arvoa 2 vastaavat havainnot. Kussakin solussa ylempi luku on vakuutettujen lukumäärä ja alempi vahinkojen vuotuinen lukumäärä per vakuutettu.

Estimoi tariffiluokkien vuotuinen vahinkojen lukumäärä per vakuutettu marginaalisummien menetelmällä käyttäen summamallia. Ratkaise syntyvät yhtälöt analyyttisesti.

2. (jatkoa) Ratkaise edellisen tehtävän yhtälöt iteroimalla 3 kierrosta.

3. Vakuutuslajin hinnoittelu perustuu kahteen tariffitekijään A ja B. Kussakin tariffitekijöiden arvojen määräämässä solussa jokaisen vakuutetun vahinkojen lukumäärä noudattaa samaa painotettua Poisson-jakaumaa. Struktuurimuuttujalla on kaikilla vakuutetuilla sama Gamma-(r, r)-jakauma, missä parametri r oletetaan tunnetuksi. Vahinkojen lukumäärän odotusarvolle R_{ij} parin $A = i, B = j$ määräämässä solussa käytetään log-lineaarista mallia

$$R_{ij} = e^{\alpha_i + \beta_j}, \quad \alpha_i, \beta_j \in \mathbb{R}, \quad i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J.$$

Esitä suurimman uskottavuuden menetelmään perustuvat välttämättömät ehdot parametreille $\alpha_i, \beta_j, i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J$.

4. (jatkoa). Vahingon suuruuden odotusarvolle Q_{ij} käytetään tulomallia,

$$Q_{ij} = \alpha_i \beta_j, \quad \alpha_i, \beta_j \in \mathbb{R}, \quad i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J.$$

Kussakin tariffitekijöiden arvojen määräämässä solussa jokaisen vahingon suuruus noudattaa eksponenttijakaumaa. Osoita, että suurimman uskottavuuden menetelmään perustuvat välttämättömät ehdot parametreille ovat

$$\alpha_i = \left(\sum_{j=1}^{J} \frac{r_{ij} n_{ij}}{\beta_j} \right) \left(\sum_{j=1}^{J} n_{ij} \right)^{-1}, \qquad \beta_j = \left(\sum_{i=1}^{I} \frac{r_{ij} n_{ij}}{\alpha_i} \right) \left(\sum_{i=1}^{I} n_{ij} \right)^{-1},$$

$i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J.$

5. (jatkoa) Tariffitekijän B merkitys vahingon suuruuden selittäjänä on kyseenalaistettu ja siitä haluttaisiin luopua. Esitä tilastollinen testausmenettely kysymyksen takastelemiseksi.