

Tariffiteorian laskuharjoitus 2, 3.2.2016

Kaikissa tehtävissä merkinnät ovat kohdan 2.1 mukaiset ja lauseen 2.4 oletukset ovat täytetyt.

1. Vakuutetun n kokonaisvahinkomäärä on X_n , alkupääoma a_n ja utiliteettifunktio u_n ,

$$u_n(x) = \mu_n^{-1} (1 - e^{-\mu_n x}), \quad x \in \mathbb{R},$$

missä $\mu_n > 0$ on vakio, $n = 1, \dots, N$. Kokonaisvahinkomäärät X_1, \dots, X_N ovat riippumattomia. Yhtiön alkupääoma on A_0 ja utiliteettifunktio U ,

$$U(x) = \mu_0^{-1} (1 - e^{-\mu_0 x}), \quad x \in \mathbb{R},$$

missä $\mu_0 > 0$ on vakio. Oletetaan, että $\mathbb{P}(X_n = 0) > 0$ ja että $\text{Var}(X_n) > 0, \forall n$. Lisäksi oletetaan, että $\mathbb{E}(e^{sX_n})$ on äärellinen kaikilla $s > 0, \forall n$.

Osoita, että tasapainotilassa vakuutetun n korvausfunktio \bar{r}_n määräytyy ehdosta

$$\bar{r}_n(X_n) = \frac{\mu_n}{\mu_0 + \mu_n} X_n \quad \text{m.v.}$$

2. (jatkoa) Osoita, että tasapainotilassa hinnoittelijaksi ϕ voidaan ottaa

$$\phi = C \prod_{n=1}^N e^{\frac{\mu_0 \mu_n}{\mu_0 + \mu_n} X_n},$$

missä $C > 0$ on vakio.

3. (jatkoa) Esscherin tariffiperiaatteessa kokonaisvahinkomäärän Y vakuutusmaksu on

$$\mathbb{E}(Y e^{vY}) / \mathbb{E}(e^{vY}),$$

missä $v > 0$ on kokonaisvahinkomäärästä riippumaton vakio. Osoita, että tasapainohinnat määräytyvät Esscherin tariffiperiaatteen mukaisesti.

4. Vakuutetun n kokonaisvahinkomäärä X_n on sellainen, että $\text{Var}(X_n) > 0$. Olkoon \bar{r}_n vakuutetun n korvausfunktio tasapainotilassa. Osoita, että $\mathbb{P}(\bar{r}_n(X_n) = X_n) < 1$.

5. Oletetaan, että vakuutetun n kokonaisvahinkomäärälle X_n pätee

$$\mathbb{P}(X_n = x_1) > 0 \quad \text{ja} \quad \mathbb{P}(X_n = x_2) > 0,$$

missä $0 \leq x_1 < x_2$ ovat vakioita. Osoita, että tasapainotilassa $\bar{r}_n(x_1) \leq \bar{r}_n(x_2)$.