**Riskiteorian jatkokurssin laskuharjoitus 1, 20.4.2016**

Tehtävissä käytetään lauseen 2.1 ja sen todistuksen mukaisia merkintöjä ja lauseen ehdot oletetaan täytetyiksi. Vararikon vakavuus $L$ määritellään ehdosta

$$L = L(U_0) = \mathbb{E}\left(Y(T) - U_0 \,|\, T < \infty\right).$$

1. Osoita, että

$$\mathbb{E}\left((Y(T) - U_0)\mathbf{1}(T < \infty)\right) = (1 + o(1))e^{-RU_0} \int_0^\infty e^{-Rx} x dJ(x),$$

missä

$$J(x) = \mu_R^{-1} \int_0^x \mathbb{P}_R(\eta_1 > y) dy, \quad x \geq 0.$$

2. Osoita, että

$$L(U_0) = (1 + o(1)) \left( \frac{1}{R} - \frac{\mathbb{E}(\eta_1 \mathbf{1}(\tau_1 < \infty))}{\mathbb{P}(\tau_1 = \infty)} \right), \quad U_0 \to \infty.$$

3. Olkoon erityisesti vuotuinen tappio $\xi$ muotoa $\xi = X - P$, missä $X$ on eksponentiaalisesti jakautunut paramtrilla $a$ ja $P$ on vakio. Oletetaan, että $P > 1/a$. Osoita, että lauseen 2.1 ehdot ovat täytetyt.

4. (jatkoa tehtävään 3) Osoita, että

$$\mathbb{P}_R(\eta_1 > y) = e^{-(a-R)y}, \quad \forall y > 0.$$

5. (jatkoa tehtävään 3) Osoita, että

$$L(U_0) = (1 + o(1))a^{-1}, \quad U_0 \to \infty.$$