

**Tehtäväsarja I**

*Seuraavat tehtävät perustuvat kurssimateriaalin lukuun 7 luonnollisesta päättelystä.*

1. Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle  $A \wedge (B \vee C)$  propositiolauseesta  $A \wedge C$ .
2. Mitkä seuraavista ovat oikein tehtyjä luonnollisia päättelyitä? Oikeissa tapauksissa kerro mikä on oletus (tai mitkä ovat oletukset), mikä on johtopäätös ja mitä sääntöjä käytettiin. Väärissä tapauksissa kerro missä on virhe tai virheet ja keksi luonnollisen kielen lause/lauseet  $A$ ,  $B$  ja/tai  $C$ , ja selitä niiden avulla, mitä “päättelyssä” tapahtuu.

$$\frac{[A] \quad [B]}{A \wedge B}$$

(a)

$$\frac{A \wedge B}{A \vee B}$$

(b)

$$\frac{A \quad [\neg A]}{A \wedge \neg A}$$

(c)

$$\frac{A \wedge (B \vee C)}{B \quad C}$$

(d)

3. Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle  $(A \vee B) \wedge (A \vee C)$  propositiolauseesta  $A \vee (B \wedge C)$ .
4. Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle  $\neg(\neg B \wedge \neg C)$  propositiolauseesta  $A \wedge (B \vee C)$ .
5. Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle  $B \rightarrow (A \rightarrow C)$  propositiolauseesta  $A \rightarrow (B \rightarrow C)$ .
6. Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle  $A \rightarrow (C \vee B)$  propositiolauseesta  $A \rightarrow (B \vee C)$ .
7. Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle  $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$ .
8. Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle  $A \rightarrow (B \vee C)$  propositiolauseesta  $(A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C)$ .
9. Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle  $A \rightarrow B$  propositiolauseista  $(A \wedge C) \leftrightarrow B$  ja  $C$ .
10. Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle  $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow A) \rightarrow (A \leftrightarrow B))$ .

*Seuraavasta haastetehtävästä ei saa harjoituspisteitä. Se on tarkoitettu aivojumpsiksi loogisista peleistä pitävälle.*

**Haastetehtävä**

Osoita harjoituksen H2:T10 ekvivalenssi luonnollisella päättelyllä, eli osoita

$$\vdash ((p_0 \leftrightarrow \neg p_2) \rightarrow (p_0 \wedge p_1)) \leftrightarrow ((\neg p_0 \vee p_1 \vee p_2) \wedge (p_0 \vee \neg p_1 \vee \neg p_2) \wedge (p_0 \vee p_1 \vee \neg p_2)).$$

Päättelyä varten voit joko

1. lisätä puuttuvat sulkeet, ja käyttää luonnollisen päättelyn sääntöjä tai
2. yleistää konjunktion ja disjunktion sääntöjä useampipaikkaisille konjunktiolle ja disjunktiolle.