

### Tehtäväsarja I

Seuraavat tehtävät perustuvat kurssimateriaalin lukuun 6 resoluutiosta.

1. Osoita

- (a)  $\{\{p_0\}, \{p_1\}, \{\neg p_0, p_2\}, \{p_1, \neg p_2, \neg p_3\}, \{\neg p_2, p_3\}, \{\neg p_3\}\} \vdash_R \emptyset$ ,
- (b)  $\{\{p_0, \neg p_1\}, \{p_0, p_1\}, \{\neg p_0\}\} \vdash_R \emptyset$ ,
- (c)  $\{\{p_1, p_2, p_3\}, \{\neg p_2\}, \{\neg p_1, p_2\}, \{p_1, \neg p_3\}\} \vdash_R \emptyset$ .

2. Mitkä kaikki klausuulit voidaan resoluutiolla päätellä seuraavasta klausuulijoukosta?

$$\{\{p_0, \neg p_1, p_2\}, \{p_0, p_1, p_4\}, \{\neg p_0, p_2, \neg p_3\}, \{p_0, \neg p_4\}\}$$

3. Osoita resoluution avulla, että seuraava klausuulijoukko on ristiriitainen:

$$\{\{p_0, \neg p_1, p_2\}, \{\neg p_0, p_3\}, \{p_1, \neg p_2, p_5\}, \{\neg p_4, \neg p_2, p_5\}, \{p_0, p_3, \neg p_2, p_4\}, \\ \{\neg p_3\}, \{\neg p_5, \neg p_4\}, \{p_2\}, \{p_1\}\}$$

Perustuuko resoluution käyttö tässä sen eheyteen vai kumoustaeydellisyyteen?

4. Osoita resoluution avulla, että oletuksista  $(p_0 \rightarrow p_1)$  ja  $(p_2 \rightarrow p_3)$  seuraa  $(p_0 \vee p_2) \rightarrow (p_1 \vee p_3)$ .

5. Osoita resoluution avulla, että joukko

$$\{\neg p_0 \rightarrow p_1, p_1 \rightarrow p_0, p_0 \rightarrow (p_2 \wedge p_3), \neg p_0 \vee \neg p_2 \vee \neg p_3\}$$

ei ole toteutuva.

6. Selvitä resoluution avulla, onko  $A \rightarrow C$  lausejoukon  $\{A \rightarrow (B \vee C), \neg B\}$  looginen seuraus. Perustele resoluution käyttöä (eli selitä miksi sitä voidaan käyttää tässä tapauksessa).

7. Propositiologiikan resoluutio pysähtyy aina, joko siihen, että saadaan tyhjä joukko pääteltyä, tai siihen, että uusia klausuuleja ei enää muodostu. Laske yläraja resoluution pituudelle, jos oletukset koostuvat  $m$  klausuulista, joissa kussakin esiintyy korkeintaan  $n$  literaalia.

### Tehtäväsarja II

Seuraavat tehtävät perustuvat kurssimateriaalin lukuun 6.1 konjunkttiivisesta normaalimuodosta.

8. Muodosta kurssimateriaalin menetelmän avulla klausuulikokoelma  $\mathcal{C}_A$ , joka on toteutuva, joss  $A$  on toteutuva, kun  $A$  on

- (a)  $p_0 \leftrightarrow p_1$
- (b)  $p_0 \wedge (p_1 \rightarrow p_2)$

9. Muodosta kurssimateriaalin menetelmän avulla lausetta  $A = (p_0 \wedge p_1) \vee (p_1 \wedge p_2)$  vastaava klausuulikokoelma  $\mathcal{C}_A$ , joka on toteutuva, joss  $A$  on toteutuva. Etsi totuusjakauma  $v$ , joka toteuttaa  $\mathcal{C}_A$ :n ja huomaa, että  $v(A) = 1$ . Etsi totuusjakauma  $v'$ , jolla  $v'(A) = 1$ , mutta  $v'(\mathcal{C}_A) = 0$ .
10. Osoita resoluutiomenetelmää ja luvun 6.1 käänös menetelmää käyttäen, että  $p_0 \rightarrow p_2$  on lauseen  $(p_0 \vee p_1) \rightarrow p_2$  looginen seuraus.

*Seuraavasta haastetehtävästä ei saa harjoituspisteitä. Se on tarkoitettu lisähaasteeksi laskennallisesta vaativuudesta kiinnostuneille.*

### **Haastetehtävä**

Laske yläraja luvun 6.1 käänös menetelmän tuottamalle klausuulikokoelman koolle, kun annettu propositiolause on  $n$  merkkiä pitkä.