

**HY / Matematiikan ja tilastotieteen laitos**  
**Johdatus logiikkaan 1, kevät 2016**  
**Harjoitus 3**

**Tehtäväsarja I**

*Seuraavat tehtävät perustuvat kurssimateriaalin lukuun 4 totuusfunktioista.*

1. Etsi kurssimateriaalin luvun 4 menetelmällä disjunkttiivisessa normaalimuodossa oleva lause, joka on loogisesti ekvivalentti lauseen  $(p_1 \leftrightarrow p_2) \wedge (\neg p_0 \rightarrow (p_1 \vee p_2))$  kanssa.
2. Etsi kurssimateriaalin luvun 4 menetelmällä konjunkttiivisessa normaalimuodossa oleva lause, joka on loogisesti ekvivalentti lauseen  $(p_1 \vee p_2) \rightarrow (p_0 \leftrightarrow (p_1 \vee \neg p_2))$  kanssa.

*Huomaa, että ekvivalentteja lauseita on toisinaan helpompi löytää muokkaamalla annettu lause konnektiivi kerralla esim. de Morganin sääntöjä soveltamalla.*

3. Osoita totuustaulun avulla, että seuraavat distribuutiosäännöt ovat loogisia ekvivalensseja:

(a)  $(A \wedge (B \vee C)) \Leftrightarrow ((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$

(b)  $(A \vee (B \wedge C)) \Leftrightarrow ((A \vee B) \wedge (A \vee C)).$

4. Käytä edellisen tehtävän sääntöjä löytääksesi lauseelle  $(p_0 \wedge p_1) \vee (p_0 \wedge p_2)$  ekvivalentti konjunkttiivisessa normaalimuodossa oleva lause (soveltaen viikon 2 haastetehtävän tulosta).

5. **Peircen nuoli** on seuraava konnektiivi:

$A$	$B$	$A \downarrow B$
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Osoita, että  $\{\downarrow\}$  on täydellinen konnektiivijoukko.

6. Osoita, että  $\{\rightarrow\}$  ei ole täydellinen konnektiivijoukko.

**Tehtäväsarja II**

*Seuraavat tehtävät perustuvat kurssimateriaalin lukuun 6 resoluutiosta.*

7. Muunna seuraavat lauseet klausuulimuotoon:

(a)  $(p_0 \wedge p_1) \rightarrow (p_2 \vee p_3)$

(b)  $(p_0 \vee p_1) \rightarrow (p_2 \vee p_3)$

(c)  $\neg(p_0 \vee p_1 \vee p_2)$

(d)  $\neg(p_0 \wedge p_1 \wedge p_2)$

(e)  $(p_0 \rightarrow p_1) \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2)$

8. Minkä klausuulin resoluutiosääntö tuottaa seuraavista klausuulipareista?

- (a)  $\{p_0, p_1, \neg p_2\}$  ja  $\{p_2, p_3\}$
- (b)  $\{p_0, \neg p_0\}$  ja  $\{p_0, \neg p_0\}$
- (c)  $\{p_0, \neg p_1, p_2\}$  ja  $\{\neg p_0, p_1\}$
- (d)  $\{p_0, p_1, p_2\}$  ja  $\{p_2, \neg p_3, \neg p_4\}$

9. Osoita resoluutiolla, että klausuulijoukko  $\{\{p_0, \neg p_1\}, \{\neg p_0, p_2\}, \{\neg p_0, \neg p_2\}, \{p_0, p_1\}\}$  ei ole toteutuva.

10. Osoita resoluutiolla, että lauseista  $p_0, p_0 \rightarrow p_1, (p_0 \rightarrow p_1) \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2)$  seuraa  $p_2$ . Muuta ensin oletukset konjunkttiiviseen normaalimuotoon.

*Seuraavasta haastetehtävästä ei saa harjoituspisteitä. Se on tarkoitettu puhtaasti viihteeksi, mutta saattaa opettaa jotakin propositiologiikasta ja resoluutiosta.*

### Haastetehtävä

Kartanonherra on murhattu. Epäiltyinä ovat kokki, tallirengki ja hovimestari. Kokki sanoo: “Olen syytön, mutta herra riiteli tallirengin kanssa edellisiltana”. Tallirengki sanoo: “Olen syytön, olin matkoilla koko viikon.” Hovimestari sanoo: “Olen syytön, mutta sekä kokki että tallirengki kävivät herran puheilla samana päivänä.” Syyttömät puhuvat totta, mutta syyllinen saattaa valehdella. Muotoile faktat propositiologiikan avulla ja ratkaise murhamysteeri resoluution avulla.