Differentialekvationer I

Räkneövning 3, vårterminen 2016

1. Bestäm den allmänna lösningen till följande ekvationer (Här är$' = \frac{d}{dx}$):

1. Bestäm de allmänna lösningarna till följande differentialekvationer.

   (a) $\ddot{x} - 5\dot{x} + 6x = 0$,
   (b) $\ddot{x} + 4\dot{x} + 4x = 0$,
   (c) $\ddot{x} + 2\dot{x} + 10x = 0$.

2. Lös följande begynnelsevärdesproblem.

   (a) $\ddot{x} + \dot{x} + x = t, \quad x(0) = \dot{x}(0) = 0$,
   (b) $\ddot{x} + 4x = 0, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 1$,
   (c) $\ddot{x} + 2\dot{x} + x = e^{-t}, \quad x(0) = 1, \quad \dot{x}(0) = 1$.

3. Ekvationen
   $$y' + P(x)y = (x+1)^2 e^x$$
   har
   $$y = \left(x^2 - 1\right) e^x.$$
   som partikulärlösning. Bestäm den allmänna lösningen.

4. Visa att följande differentialekvationer är exakta och bestäm i vartdera fallet den allmänna lösningen.

   (a) $2xy + 3 + (x^2 - 1)\, y' = 0$,
   (b) $e^{-y} + (1 - xe^{-y})\, y' = 0$.

5. Visa att om
   $$\frac{1}{M(x,y)}\left(\frac{\partial}{\partial y} M(x,y) - \frac{\partial}{\partial x} N(x,y)\right)$$
   är en funktion av enbart y så har ekvationen
   $$M(x,y) + N(x,y)y' = 0$$
   en integrerande faktor $\mu(y)$ som också beror på enbart y.

6. Lös ekvationen
   $$y + \left(2y^3 - x\right) y' = 0$$
   med hjälp av resultatet i föregående uppgift.