

## MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

### Topologia I 2015

#### Harjoitus 5

#### Tehtävät 9.2. alkavalle viikolle

Näissä harjoituksissa harjoitellaan jatkuvia funktioita.

1. Osoita lauseen 4.8 avulla, että joukko

$$\{x \in \mathbb{R} \mid e^x > 7 \cos x\}$$

on avoin. Tässä  $\mathbb{R}$  on varustettu tavallisella metriikalla.

2. Tarkastellaan funktiota  $f: ]1, \infty[ \rightarrow \mathbb{R}$ , joka on määritelty ehdolla  $f(x) = \ln x$ . Oletetaan, että lähtö- ja maalipuolella on käytössä tavallinen metriikka. Osoita väliarvolauseen avulla, että  $f$  on 1-Lipschitz.

3. Kirjan tehtävä 4:2. Vihje: tarkastele funktiota  $f(x) = \sqrt{x}$ .

4. Tee harjoitusten 4 tehtävä 3 käyttäen lausetta 4.8 ja luvun 5 tietoja jatkuvista funktioista  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ . Tässä tarkastellaan tavallisia metriikkoja.

5. Kirjan tehtävä 5:2. Kannattaa tarkastella sopivaa jatkuvaa funktiota  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ . Tässä tarkastellaan tavallisia metriikkoja.

6. Kirjan tehtävä 5:1.