

Sijoitustoiminnan matematiikan laskuharjoitus 9, 1.4.2015

1. Markkinoilla on kolme riskillistä arvopaperia. Olkoon näitä vastaava odotustuottovektori $\bar{r} = (0.05, 0.1, 0.1)^T$ ja tuottoasteiden kovarianssimatriisi

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Määrää kaikki tehokkaita salkkuja vastaavat varianssi-/odotustuottoparit sekä minimaalinen varianssi, joka salkuilla voidaan saavuttaa.

2. (jatkoa) Lisätään markkinoille bondi vuosikorolla $i \geq 0$. Määrää i , kun syntyvien markkinoiden markkinasalkun odotustuotto on 0.15.

3. Finanssimarkkinoilla on nollakuponkibondi vuosikorolla $i \geq 0$ ja joukko riskillisiä arvopapereita. Riskillisten arvopapereiden tuottoasteet eivät ole kaikki samoja ja tuottoasteiden kovarianssimatriisi on kääntyvä. Odotustuottoja 0.1 ja 0.2 vastaavat tuottoasteen minimaaliset varianssit ovat 1 ja 9. Toimijalla on erään operaation jälkeen hallussaan salkku, jonka odotustuotto on 0.13 ja tuottoasteen varianssi 4.

a) Määrää markkinoiden riskitön korko.

b) Mikä on mainitun toimijan maksimaalinen odotustuotto, kun tuottoasteen varianssi pidetään arvossa 4.

c) Mikä on mainitun toimijan minimaalinen tuottoasteen varianssi, kun odotustuotto pidetään arvossa 0.13.

4. Markkinoilla on arvopaperit $1, \dots, N$, joiden tuottoasteet ovat R_1, \dots, R_N . Olkoon $(\underline{w}_1, \dots, \underline{w}_N)^T$ sellainen salkku, että

$$\text{Var} \left(\sum_{n=1}^N \underline{w}_n R_n \right) = \min \left(\text{Var} \left(\sum_{n=1}^N w_n R_n \right); w_1 + \dots + w_N = 1 \right)$$

ja olkoon $\underline{R} = \sum_{n=1}^N \underline{w}_n R_n$ tätä vastaava tuottoaste. Lisätään markkinoille arvopaperi $N+1$, jonka tuottoaste on R_{N+1} . Oletetaan, että

$$\text{Cov} (R_{N+1}, \underline{R}) \neq \text{Var} (\underline{R}).$$

Osoita, että syntyneillä markkinoilla on salkku, jonka varianssi on pienempi kuin $\text{Var} (\underline{R})$.

5. Täydennä lauseen 8.3 todistus kattamaan tapaus

$$\text{Cov} (R_n, R^*) = \sigma^2(r^*).$$