

## Sijoitustoiminnan matematiikan laskuharjoitus 1, 28.1.2015

1. Seuraavassa taulukossa vuosikorko  $i$  on ilmoitettu *suoran koron* periaatteella. Tällöin talletus  $C$  kasvaa aikavälillä  $[0, \Delta)$  määräksi  $(1 + i\Delta)C$ . Määrää vastaavat luentojen sopimuksen mukaiset aikaväliä  $[0, \Delta)$  koskevat vuosikorot (jotka siis antavat talletuksille samat absoluuttiset tuotot).

$\Delta$	1/2	1/4	1/12
Vuosikorko	0.04	0.03	0.02.

2. *Annuiteettilainassa* henkilö saa hetkellä nolla pankilta määrän  $L > 0$ . Sopimuksen mukaan laina maksetaan takaisin korkoineen tasaerissä siten, että lainansaaja maksaa pankille ajanhetkinä  $\Delta, 2\Delta, \dots, T\Delta$  määrän  $A$  (vakio). Oletetaan, että markkinat ovat deterministiset ja arbitraasivapaat ja että vuosikorko on vakio  $i$  (luentojen merkinnöin  $i_1 = \dots = i_T = i$ ). Osoita, että

$$A = \frac{(1+i)^{T\Delta}((1+i)^\Delta - 1)}{(1+i)^{T\Delta} - 1} L.$$

3. Olkoon korkomalli luentojen kohdan 2 mukainen. Oletetaan, että seuraavien kassavirtojen I, II ja III arvot hetkellä nolla ovat samat:

$$(I) B(\Delta) = 6, B(2\Delta) = 6 \quad (II) B(\Delta) = 5, B(2\Delta) = 8 \quad (III) B(\Delta) = 0, B(2\Delta) = 14.$$

Osoita, että markkinoilla on arbitraasimahdollisuus.

4. Olkoon korkomalli luentojen kohdan 2 mukainen. Tarkastellaan lainaa, jossa henkilö saa hetkellä nolla pankilta määrän  $L_0 > 0$ . Sopimuksen mukaan laina maksetaan takaisin korkoineen siten, että lainansaaja maksaa pankille määrän  $B(j\Delta)$  ajanhetkenä  $j\Delta$ ,  $j = 1, \dots, T$ . Määritellään

$$\begin{aligned} I_j &= [(1+i_j)^\Delta - 1]L_{j-1} && \text{(koron osuus),} \\ M_j &= B(j\Delta) - I_j && \text{(lyhennyksen osuus),} \\ L_j &= L_{j-1} - M_j && \text{(lainan määrä hetkellä } j\Delta), \end{aligned}$$

$j = 1, \dots, T$ . Osoita, että arbitraasivapailla markkinoilla

$$L_0 = M_1 + \dots + M_T.$$

5. Määrää etukäteiset vuosikorot  $f_1, \dots, f_4$ , kun korkorakenne on

Eräpäivä	1/2	1	3/2	2
Vuosikorko	0.05	0.04	0.02	0.02.

Ovatko markkinat arbitraasivapaat.