

**Logiikka I**  
**Matematiikan ja tilastotieteen laitos, Helsingin yliopisto**  
**Kevät 2015**  
**Kertaustehtäviä 1**

**Nämä ovat omaksi huviksenne, eikä näistä jaeta pisteitä.**

1. Onko propositiolause  $((p_0 \rightarrow p_1) \rightarrow p_2) \rightarrow p_0$  tautologia, ristiriita vai kontingentti? Anna tarkka perustelu!
2. Onko propositiolause  $p_0 \rightarrow (p_1 \rightarrow (p_2 \rightarrow p_0))$  tautologia, ristiriita vai kontingentti? Anna tarkka perustelu!
3. Onko seuraava propositiolause tautologia vai ei:  $p_0 \rightarrow (\neg p_0 \vee p_1)$ . Esitä perustelu vastauksellesi.
4. Onko propositiolause  $(p_0 \wedge p_1) \vee p_2$  propositiolauseen  $p_0 \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2)$  looginen seuraus? Anna tarkka perustelu!
5. Ovatko lauseet  $p_0 \rightarrow (\neg p_1 \rightarrow p_2)$  ja  $\neg p_1 \rightarrow (p_0 \rightarrow p_2)$  loogisesti ekvivalentteja vai ei? Anna hyvä perustelu.
6. Esitä propositiolause  $(p_1 \leftrightarrow p_2) \wedge (\neg p_0 \rightarrow (p_1 \vee p_2))$ 
  - a) disjunkttiivisessa normaalimuodossa
  - b) konjunkttiivisessa normaalimuodossa
7. Osoita, että  $\{\vee, \rightarrow\}$  ei ole täydellinen (eli universaalinen) konnektiivijoukko.
8. Osoita, että  $\{\vee, \wedge\}$  ei ole täydellinen (eli universaalinen) konnektiivijoukko.
9. Osoita, että  $\{\neg, \rightarrow\}$  on täydellinen (eli universaalinen) konnektiivijoukko.
10. Anna luonnollinen päättely  $\{p_0 \vee \neg p_1\} \vdash p_1 \rightarrow p_0$ .
11. Anna luonnollinen päättely  $\{p_0 \wedge \neg p_1\} \vdash \neg(p_0 \rightarrow p_1)$ .
12. Anna luonnollinen päättely  $\{\neg A \rightarrow \neg B\} \vdash \neg\neg B \rightarrow \neg\neg A$ .
13. Esitä luonnollinen päättely propositiolauseelle  $\neg A \vee C$  oletuksesta  $(\neg A \wedge C) \vee (\neg A \wedge D)$ .
14. Anna luonnollinen päättely  $\{A \wedge B\} \vdash ((A \vee B) \rightarrow A) \wedge (A \rightarrow B)$ .
15. Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle  $(A \wedge \neg A) \rightarrow (A \leftrightarrow B)$ .
16. Anna luonnollinen päättely lauseelle  $\neg A \rightarrow B$  oletuksesta  $\neg B \rightarrow A$ .
17. Anna semanttinen todistus propositiolauseelle  $(A \wedge B) \vee (\neg A \vee \neg B)$ .
18. Anna semanttinen todistus lauseelle  $(A \vee (B \vee C)) \rightarrow (C \vee (B \vee A))$ .

19. Miten voit semanttisten puiden menetelmällä selvittää, onko lause tautologia, kontingentti vai ristiriita? Kokeile menetelmää tehtävien 1–2 propositiolauseisiin.
20. a) Kuinka monella tavalla voit osoittaa, että  $\{p_0 \vee p_1\} \not\vdash p_0 \wedge p_1$ ? Mitkä ovat menetelmät? Esitä ne.  
b) Anna esimerkki propositiolauseista  $A$  ja  $B$ , joilla  $\{A \vee B\} \vdash A \wedge B$ .
21. Kuinka monella tavalla voit osoittaa, että  $\neg(A \vee B)$  ja  $\neg A \wedge \neg B$  ovat loogisesti ekvivalentit? Mitkä ovat menetelmät? Esitä ne.