Logik I
Institutionen för matematik och statistik, Helsingfors universitet
Våren 2015
Övning 5

Uppgifterna baserar sig på kapitel 1.10-1.11 om sundhetsteoremet för naturlig deduktion och semantiska träd i Jouko Väänänens Logic One.

1. (a) Hur skulle du bevisa att en given härledning existerar?
(b) Hur skulle du bevisa att en given härledning inte existerar?
(c) Bevisa att $\{(p_0 \wedge p_1) \to p_2\} \nvdash (p_0 \to p_2) \wedge (p_1 \to p_2)$.
(d) Bevisa att $\{(p_0 \to p_2) \vee (p_1 \to p_2)\} \vdash (p_0 \wedge p_1) \to p_2$.

2. Går det att härleda satsen $((p_0 \wedge p_1) \to \neg p_0) \to (\neg p_0 \vee p_1)$ med naturlig deduktion? Ge ett bevis för ditt svar.

3. Går det att härleda satsen $\neg p_0 \vee p_1$ från satsen $p_0 \to (p_1 \vee \neg p_0)$ med naturlig deduktion? Ge ett bevis för ditt svar.

4. Går det att härleda satsen $p_2 \to \neg(p_0 \wedge p_1)$ från satsen $(p_0 \to \neg p_2) \vee (\neg p_1 \to \neg p_2)$ med naturlig deduktion? Ge ett bevis för ditt svar.

5. Ge ett semantiskt bevis för satserna

(a) $(A \vee (B \to C)) \to (B \to (\neg A \to C))$ och
(b) $(A \wedge (B \vee C)) \to ((A \wedge B) \vee C)$.

6. Använd ett semantiskt träd för att finna en värdering v för vilken $v(((p_0 \wedge p_1) \to p_2) \to ((p_0 \to p_2) \wedge (p_1 \to p_2))) = 1$. Varför är det ingen motsägelse till 1(c) ovan?