

Logiikka I

Matematiikan ja tilastotieteen laitos, Helsingin yliopisto

Kevät 2015

Harjoitus 5

Lue kurssimateriaalista luvut 1.10–1.11 luonnollisen päättelyn eheyslauseesta ja semanttisista puista.

1.
 - (a) Millä menetelmällä todistaisit, että tietty päättely on olemassa?
 - (b) Millä menetelmällä todistaisit, ettei tiettyä päättelyä ei ole olemassa?
 - (c) Osoita, että $\{(p_0 \wedge p_1) \rightarrow p_2\} \not\vdash (p_0 \rightarrow p_2) \wedge (p_1 \rightarrow p_2)$.
 - (d) Osoita, että $\{(p_0 \rightarrow p_2) \vee (p_1 \rightarrow p_2)\} \vdash (p_0 \wedge p_1) \rightarrow p_2$.

2. Voidaanko luonnollisella päättelyllä päätellä lause $((p_0 \wedge p_1) \rightarrow \neg p_0) \rightarrow (\neg p_0 \vee p_1)$? Anna todistus vastauksellesi.

3. Voidaanko luonnollisella päättelyllä päätellä lause $\neg p_0 \vee p_1$ lauseesta $p_0 \rightarrow (p_1 \vee \neg p_0)$. Anna todistus vastauksellesi.

4. Voidaanko luonnollisella päättelyllä päätellä lause $p_2 \rightarrow \neg(p_0 \wedge p_1)$ lauseesta $(p_0 \rightarrow \neg p_2) \vee (\neg p_1 \rightarrow \neg p_2)$. Anna todistus vastauksellesi.

5. Anna semanttinen todistus lauseille
 - (a) $(A \vee (B \rightarrow C)) \rightarrow (B \rightarrow (\neg A \rightarrow C))$ ja
 - (b) $(A \wedge (B \vee C)) \rightarrow ((A \wedge B) \vee C)$.

6. Etsi semanttisen puun avulla totuusjakauma v , jolla $v((p_0 \wedge p_1) \rightarrow p_2) \rightarrow ((p_0 \rightarrow p_2) \wedge (p_1 \rightarrow p_2)) = 1$. Miksi tämä ei ole ristiriidassa kohdan 1(c) kanssa?