

## Logik I

Institutionen för matematik och statistik, Helsingfors universitet

Våren 2015

### Övning 4

Uppgifterna baserar sig på kapitel 1.6–1.9 om naturlig deduktion i Jouko Väänänen's Logic One.

- Härled formeln  $A \wedge (B \vee C)$  från formeln  $A \wedge C$  med naturlig deduktion.
  - Härled formeln  $A \rightarrow D$  från formlerna  $A \rightarrow B$ ,  $B \rightarrow C$  och  $C \rightarrow D$  med naturlig deduktion.

2. Vilka av följande är korrekta härledningar i naturlig deduktion? Ange i de korrekta fallen vilka premisserna och slutsatsen är och vilka regler som använts. Ange i de felaktiva fallen var felen finns.

$\frac{\frac{\frac{[A \rightarrow (B \wedge C)]}{B \wedge C} A}{C}}{A \rightarrow C}$	$\frac{\frac{[p_0 \wedge p_1]}{p_1}}{(p_0 \wedge p_1) \rightarrow p_1}$	$\frac{\frac{\begin{array}{c} [A] \\ \vdots \\ C \end{array}}{(A \vee B) \rightarrow C} \quad \frac{\begin{array}{c} [B] \\ \vdots \\ C \end{array}}{C}}{(A \vee B) \rightarrow C}$	$\frac{\frac{A \wedge B}{B}}{A \rightarrow B}$
(a)	(b)	(c)	(d)

- Härled formeln  $A \vee B$  från formeln  $A \vee (B \vee A)$  med naturlig deduktion.
- Härled formeln  $\neg(\neg B \wedge \neg C)$  från formeln  $A \wedge (B \vee C)$  med naturlig deduktion.
- Härled formeln  $A \vee (A \rightarrow B)$  med naturlig deduktion så att härledningen formaliserar följande tankegång:  
Antag, att påståendet inte stämmer. Om då  $A$  är sann, måste  $A \vee (A \rightarrow B)$  vara sann, vilket motsäger vårt motantagande. Alltså är  $A$  inte sann. Med liten ansträngning ser vi att  $A \rightarrow B$  är sann, så även  $A \vee (A \rightarrow B)$  är sann, vilket igen ger än motsägelse. Alltså måste motantagandet vara falskt och påståendet stämma.
  - Kommer du på ett sätt att förkorta härledningen?
- Härled formeln  $(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$  med naturlig deduktion.